

مقدمه مؤلفان

دانش‌آموزان عزیز، اولیای محترم و همکاران ارجمند؛

هدف از مجموعه کتاب‌های EQ ریاضی، ارائه محتوای آموزشی کامل برای هموار کردن مسیر آموزش و کمک به یادگیری آسان درس ریاضی می‌باشد. امید داریم با استفاده از این کتاب که حاصل بیش از ۲۵ سال تدریس در این مقطع آموزشی است، پیشرفت قابل توجهی در درس ریاضی نصیب دانش‌آموزان عزیز شود و کمک شایانی به اولیای محترم و همکاران ارجمند باشد.

کتاب EQ ریاضی شامل بخش‌های زیر است:

درسنامه: در ابتدای هر درس، درسنامه‌ای روان و مبتنی بر آخرین تغییرات کتاب درسی وجود دارد که هم برای یادگیری مطالب و هم مرور سریع درس‌ها در شب‌های امتحان بسیار مفید است.

تمرین‌ها: در هر درس تمرین‌های طبقه‌بندی‌شده و هدفدار شامل انواع پرسش‌های امتحانی از قبیل پرسش‌های درست و نادرست، کامل‌کردنی، جورکردنی، چندگزینه‌ای، کوتاه‌پاسخ و تشریحی طراحی شده است. هدف از این پرسش‌ها آشنایی دانش‌آموزان عزیز با انواع سؤالات امتحانی و همچنین تفهیم و تعمیق مطالب آموزشی است. لازم به ذکر است که تمامی تمرین‌ها پاسخ تشریحی دارند و می‌توانید برای بررسی درستی پاسخ‌هایتان، در انتهای کتاب به بخش پاسخنامه مراجعه و با توجه به شماره سؤال، پاسخ درست را ملاحظه کنید.

آزمون‌ها: آزمون‌های نوبت اول و دوم به همراه پاسخ تشریحی آنها در این کتاب ارائه شده است که شما را با نحوه سؤالات امتحانی آشنا می‌کند، همچنین می‌توانید با مراجعه به کانال تلگرامی t.me/matheq789 آزمون‌های فصل به فصل و مطالب مفید آموزشی را دریافت کنید.

DVD آموزشی: به همراه این کتاب یک حلقه DVD تقدیم می‌شود که شامل بیش از ۲۰ ساعت فیلم آموزشی است. در این DVD تمامی درسنامه‌های کتاب EQ ریاضی تدریس شده و همچنین بخش زیادی از تمرین‌ها به صورت تشریحی حل و توضیح داده شده است، با تماشای این فیلم‌ها قادر خواهید بود به سؤالات امتحانی به سادگی پاسخ دهید و بهترین نتیجه را در امتحانات خود کسب کنید.

در پایان برخود واجب می‌دانیم که از آقای مهندس ابوالفضل جوکار مدیریت انتشارات و مهندس محمد جوکار معاونت علمی انتشارات بین‌المللی گاج که شرایط مطلوبی را برای تولید و آماده‌سازی این عنوان فراهم نموده‌اند کمال تشکر و تقدیر را داشته باشیم. همچنین از دوست عزیز میثم رازبانی مدیریت استودیو گاج که در آماده‌سازی و ارائه DVD آموزشی این کتاب زحمت کشیدند، بسیار سپاسگزاریم.

علی اصغر حیدری - مجتبی عارف‌نسب

فهرست

۵	مجموعه‌ها	فصل اول
۲۳	عددهای حقیقی	فصل دوم
۳۷	استدلال و اثبات در هندسه	فصل سوم
۵۳	توان و ریشه	فصل چهارم
۶۹	آزمون نوبت اول	
۷۳	عبارت‌های جبری	فصل پنجم
۹۱	خط و معادله‌های خطی	فصل ششم
۱۰۹	عبارت‌های گویا	فصل هفتم
۱۲۳	حجم و مساحت	فصل هشتم
۱۳۶	آزمون نوبت دوم	
۱۴۱	پاسخنامه	



لینک مشاهده فیلم آموزشی

فصل ۱ مجموعه‌ها



درس اول: معرفی مجموعه

تعریف مجموعه: به دسته‌ای از اعداد، اشیا، حروف یا اشکال که دوه‌دو متمایز و کاملاً مشخص باشند، مجموعه می‌گوییم. برای مثال مجموعه عددهای طبیعی یک رقمی عبارت است از: ۱، ۲، ۳، ... و ۹ که اگر آنها را داخل دو آکولاد قرار دهیم و آن را با حروفی مانند A یا B نام‌گذاری کنیم، در این صورت یک مجموعه تشکیل داده‌ایم.

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

به هر یک از عددهای ۱، ۲، ۳، ... و ۹ که در مجموعه A قرار دارند یک **عضو** مجموعه A گفته می‌شود. چون از ۱ تا ۹، نه عدد طبیعی وجود دارد، پس این مجموعه دارای ۹ عضو است.

نکته

در تعریف مجموعه:

- منظور از عبارت **دوه‌دو متمایز** این است که تکرار در مجموعه اثر ندارد؛ یعنی اگر در مجموعه A، چند مرتبه عدد ۲ نوشته شود، باید عضوهای تکراری را حذف کنیم و فقط یک عضو ۲ را بنویسیم.
- منظور از عبارت **کاملاً مشخص** این است که عضوهای مجموعه به طور **سلیقه‌ای** انتخاب نشوند و عضو مجموعه منحصر به فرد باشد؛ بنابراین نمی‌توان مجموعه‌ای با عنوان «سه شاعر معروف» تشکیل داد، چون هر کسی به طور سلیقه‌ای شاعران معروف را مشخص می‌کند؛ شاید یک فرد از حافظ، سعدی و فردوسی نام ببرد، اما فردی دیگر از حافظ، نظامی و خیام و فرد سوم از مولوی، عطار و فردوسی.

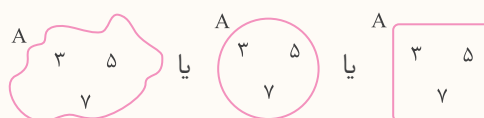
در نوشتن و نمایش مجموعه‌ها، جابه‌جایی اعضای مجموعه اهمیت ندارد؛ به این معنی که با جابه‌جا کردن اعضای یک مجموعه، مجموعه جدیدی ساخته نمی‌شود. برای مثال مجموعه‌های $\{1, 5, a\}$ ، $\{a, 1, 5\}$ و $\{5, a, 1\}$ هیچ تفاوتی ندارند. هر یک از عوامل تشکیل دهنده یک مجموعه را عضو آن مجموعه می‌گوییم. برای نمایش عضویت یا تعلق داشتن از نماد $\in$ و برای نمایش عدم عضویت از نماد $\notin$ استفاده می‌کنیم. برای مثال در مجموعه $D = \{1, 5, a\}$ می‌توانیم عضویت هر یک از اعضای مجموعه را به این صورت نمایش دهیم:

$5 \in D$ (۵ عضو مجموعه D است.) $a \in D$ (a عضو مجموعه D است.) $1 \in D$ (۱ عضو مجموعه D است.)

همچنین با توجه به اینکه ۳ عضو این مجموعه نیست، می‌نویسیم $3 \notin D$ و می‌خوانیم: ۳ عضو مجموعه D نیست.

تذکر: دقت کنید که در مجموعه $E = \{2, \{7\}, 3\}$ عضو مجموعه E نیست، بلکه $\{7\}$ عضو مجموعه E است؛ یعنی در این مجموعه $\{7\} \in E$ و $7 \notin E$. همچنین $2 \in E$ و $\{2\} \notin E$ ؛ یعنی همان چیزی که عیناً درون مجموعه می‌بینیم، عضو آن است.

نمودار ون: می‌توانیم اعضای یک مجموعه را داخل یک منحنی یا شکل بسته به صورت زیر نشان دهیم.



به این نوع نمایش مجموعه‌ها، نمایش با استفاده از **نمودار ون** می‌گویند.

تکته

- ۱- اگر مجموعه‌ای هیچ عضوی نداشته باشد، آن مجموعه را مجموعه تهی می‌نامیم و با نماد $\emptyset$ یا $\{\}$ نمایش می‌دهیم. برای مثال مجموعه اعداد اول دو رقمی زوج یا مجموعه اعداد طبیعی بین $7/2$ و $7/5$ هیچ عضوی ندارد و هر کدام یک مجموعه تهی است.
- ۲- مجموعه‌های $\{\emptyset\}$ ، $\{\emptyset, \emptyset\}$ و $\{\{\emptyset\}\}$ تهی نیستند، بلکه یک عضوی‌اند و عضوهای آنها به ترتیب $\emptyset$ ، $\emptyset$ و $\{\}$ است.

تمرین

۱ درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

- الف) عبارت «سه قهرمان ایرانی در رشته کشتی» یک مجموعه را مشخص می‌کند. ☐ درست ☐ نادرست
- ب) عبارت «شمارنده‌های عدد ۳۰» یک مجموعه را مشخص می‌کند. ☐ درست ☐ نادرست
- پ) عبارت «اعداد منفی بزرگ‌تر از ۵» یک مجموعه را مشخص می‌کند. ☐ درست ☐ نادرست
- ت) مجموعه $\{1, 3, 5, 3, 1, 3\}$ دارای ۶ عضو است. ☐ درست ☐ نادرست
- ث) در مجموعه $A = \{d, b, \{a\}\}$ ، یکی از عضوهای مجموعه است. ☐ درست ☐ نادرست

۲ هریک از جمله‌های زیر را با عبارت مناسب کامل کنید.

- الف) به دسته‌ای از اعداد، اشیا، حروف یا شکل‌ها که دوبه‌دو متمایز و کاملاً مشخص باشند، می‌گویند.
- ب) به هریک از عوامل تشکیل‌دهنده یک مجموعه، آن مجموعه می‌گویند.
- پ) مجموعه‌ای که هیچ عضوی ندارد، مجموعه نام دارد که آن را با نماد نشان می‌دهند.
- ت) به نمایش یک مجموعه با منحنی‌ها یا خط‌های شکسته بسته، نمایش مجموعه با استفاده از نمودار گفته می‌شود.

۳ عبارت‌های مناسب را به یکدیگر وصل کنید.

$\{-9, -6, -3, 0, 3, 6, 9\}$	●	مجموعه حروف الفبای زبان انگلیسی	●
$\emptyset$	●	$\{10, 12, 14, \dots, 98\}$	●
$\{-1, -2\}$	●	مجموعه شمارنده‌های طبیعی عدد ۶	●
مجموعه یک عضوی	●	مجموعه مضرب‌های صحیح یک‌رقمی ۳	●
مجموعه عددهای طبیعی زوج دو رقمی	●	مجموعه اعداد صحیح منفی بزرگ‌تر از ۳-	●
مجموعه اعداد اول یک‌رقمی	●	مجموعه اعداد اول زوج سه‌رقمی	●
$\{A, B, C, \dots, Z\}$	●	$\{7, 7\}$	●
$\{1, 2, 3, 6\}$	●	$\{2, 3, 5, 7\}$	●

۴) کدام یک از عبارت‌های زیر یک مجموعه را نشان می‌دهد؟ در صورت امکان عضوهای مجموعه را بنویسید.

الف) حروف x و y و اعداد طبیعی بین ۷ و ۱۰:

ب) اعداد طبیعی فرد دو رقمی:

پ) دو عدد اول کوچک‌تر از ۲۰:

ت) قرینه اعداد اول یک‌رقمی:

ث) دو دانشمند معروف ایرانی:

ج) سه عدد فرد متوالی:

۵) هر یک از مجموعه‌های زیر را با یک عبارت کلامی بیان کنید.

الف) $\{2, 4, 6, 8\}$:

ب) $\{11, 13, 17, 19\}$:

پ) $\emptyset$:

ت) $\{-5, -4, -3, -2, -1\}$:

ث) $\{-5, -10, -15, \dots\}$:

۶) با توجه به مجموعه $A = \{-3, 7, -4, 3\}$ درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.

☐ الف) $-3 \in A$

☐ ب) $-7 \in A$

☐ پ) $4 \notin A$

☐ ت) $3 \in A$

☐ ث) $\{7\} \notin A$

☐ ج) $-(-3) \in A$

☐ چ) $\frac{-24}{6} \in A$

☐ ح) $\frac{21}{3} \notin A$

۷) با توجه به مجموعه‌های $B = \{1, \{3\}, 5\}$ و $D = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ به سؤال‌های زیر پاسخ دهید.

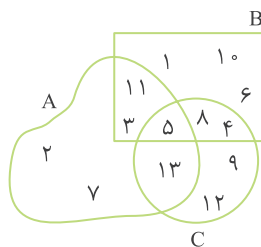
الف) آیا ۳ عضو مجموعه B است؟ عضو مجموعه D چطور؟

ب) مجموعه عضوهای مشترک دو مجموعه B و D چندعضوی است؟ آن را بنویسید و E بنامید.

پ) کدام یک از این دو مجموعه، نشان‌دهنده مجموعه اعداد فرد کوچک‌تر از ۶ است؟ چرا؟

۸) با توجه به نمودار ون مقابل:

الف) هر یک از مجموعه‌ها را با عضوهایشان نشان دهید.



$A =$

$B =$

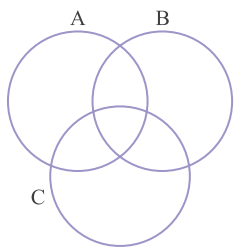
$C =$

ب) کدام اعداد فقط عضو A هستند؟

پ) کدام اعداد هم عضو B هستند و هم عضو C ، اما عضو A نیستند؟

ت) کدام اعداد عضو هر سه مجموعه هستند؟

۹) دو مجموعه $E = \{2, 3, 5, 7, 11\}$ و $F = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ را با یک نمودار ون نمایش دهید.



۱۰ عضوهای سه مجموعه $A = \{2, 4, 6, 8\}$ ، $B = \{4, 8, 12, 16, 20\}$ و $C = \{2, 4, 8, 16\}$ را در نمودار ون روبه‌رو جایگذاری کنید، سپس یک مجموعه بنویسید که شامل همه عضوهای مشترک هر سه مجموعه باشد.

پرسش‌های چهارگزینه‌ای

۱۱ کدام یک از گزینه‌های زیر یک مجموعه را تشکیل می‌دهد؟

- (۱) سه عدد طبیعی فرد متوالی (۲) سه بازیگر معروف
(۳) سه شهر زیبای ایران (۴) سه نفر اول کنکور سراسری سال ۹۷ در رشته ریاضی

۱۲ مجموعه عددهای صحیح و منفی بزرگ‌تر از -10 چند عضو دارد؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۱۰ (۳) ۹ (۴) بی‌شمار عضو

۱۳ اگر A مجموعه عددهای اول یک‌رقمی باشد، کدام یک از روابط زیر درست است؟

- (۱) $\{2\} \in A$ (۲) $4 \in A$ (۳) $1 \in A$ (۴) $-(-3) \in A$

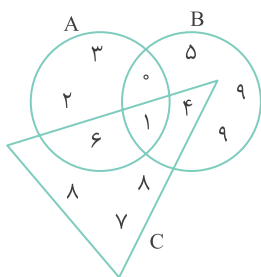
۱۴ تعداد عضوهای مجموعه $E = \{1, \{1\}, \{1, 1\}, \{1, 1, 1\}\}$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱
۱۵ مجموعه مقابل چند عضو دارد؟
 $\{\sqrt{36}, \frac{100}{2}, 0, 3, -6, \sqrt{25}, \frac{12}{2}, \frac{9}{3}\}$

- (۱) ۷ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴) ۴

۱۶ کدام یک از مجموعه‌های زیر یک عضوی نیست؟

- (۱) $\{5, 5, 5\}$ (۲) $\{\{2, 3\}, \{3, 2\}\}$ (۳) $\{2, \{2\}\}$ (۴) $\{\{1, 2, 3, \dots, 10\}\}$



۱۷ با توجه به شکل مقابل، کدام گزینه درست است؟

- (۱) تعداد عضوهای هر سه مجموعه برابر است.
(۲) $0 \in A, 4 \notin C$
(۳) عددهای ۱ و ۴ عضو هر سه مجموعه هستند.
(۴) عدد ۳ فقط عضو مجموعه A است و عدد ۷ نیز فقط عضو مجموعه B است.

۱۸ کدام یک از مجموعه‌های زیر تهی است؟

- (۱) اعداد اول زوج (۲) اعداد حسابی که طبیعی نیستند.
(۳) اعداد طبیعی بین ۲۰ و ۳۰ که بر ۱۶ بخش پذیرند. (۴) اعداد صحیح منفی کوچک‌تر از (-1)

۱۹ کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

- (۱) $0 \notin \{0\}$ (۲) $0 \in \emptyset$ (۳) $\emptyset \notin \emptyset$ (۴) $\emptyset \notin \{\emptyset\}$

۲۰ اگر $A = \{0, \{1\}, \{2, 3\}, \{4, 5, 6\}\}$ باشد، کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) $\{2, 3\} \in A$ (۲) $5 \notin A$ (۳) $1 \in A$ (۴) $0 \in A$

درس دوم: مجموعه‌های برابر و نمایش مجموعه‌ها

دو مجموعه برابر: دو مجموعه A و B را برابر گویند هرگاه عضوهای دو مجموعه یکسان باشد؛ یعنی هر عضو A ، عضوی از B و هر عضو B ، عضوی از A باشد. به عبارت دیگر هر عضوی که در یکی از مجموعه‌ها می‌بینیم، در دیگری هم بینیم. تساوی دو مجموعه A و B را با نماد ریاضی به صورت $A = B$ نشان می‌دهیم.

مثال

اگر $A = \{5\}$ ، $B = \{a, b-3\}$ باشد، مقدار a و b را به دست آورید.

چون دو مجموعه A و B برابر هستند، مجموعه B نیز باید یک عضو داشته باشد، یعنی هر دو عضو B باید مساوی ۵ باشند؛ بنابراین:

$$a = 5, b - 3 = 5 \Rightarrow b = 5 + 3 = 8$$

نکته

- ۱- همه مجموعه‌های تهی با یکدیگر برابر هستند.
- ۲- عددهای $\sqrt{16}$ ، $\frac{12}{3}$ و 2^2 نمایش‌های مختلفی از عدد ۴ هستند، پس با یکدیگر برابرند؛ بنابراین باید در مجموعه‌ها به نمایش مختلف اعداد دقت، و عضوهای تکراری را حذف کرد.

زیرمجموعه: مجموعه A را زیرمجموعه B گویند، هرگاه هر عضوی از A یک عضو از B باشد و می‌نویسیم $A \subseteq B$. برای مثال $A = \{1, 9, 4\}$ زیرمجموعه $B = \{-1, 1, 6, 9, 4, 7\}$ است؛ زیرا همه عضوهای مجموعه A حتماً عضوی از مجموعه B هستند؛ ولی مجموعه $C = \{-1, 6, 11\}$ زیرمجموعه B نیست، چون در مجموعه C عضوی مانند ۱۱ وجود دارد که عضو مجموعه B نیست ($C \not\subseteq B$).

نکته

- ۱- اگر بتوانیم عضوی در B بیابیم که در A نباشد، می‌گوییم B زیرمجموعه A نیست و می‌نویسیم $B \not\subseteq A$.
مانند: $\{\{3\}\} \subseteq \{2, \{3\}, \{3, 5\}\}$ و $\{2, \{5\}, 7\} \not\subseteq \{2, 5, 7, 8\}$
- ۲- هر مجموعه زیرمجموعه خودش است و برای هر مجموعه دلخواه مانند A داریم $A \subseteq A$.
مانند: $\emptyset \subseteq \emptyset$ ، $\{2, 6\} \subseteq \{2, 6\}$ و $\{1, 5, \{7\}\} \subseteq \{1, 5, \{7\}\}$
- ۳- مجموعه تهی زیرمجموعه هر مجموعه دلخواه مانند A است، یعنی $\emptyset \subseteq A$.
مانند: $\emptyset \subseteq \{1, 5\}$ ، $\emptyset \subseteq \{2, -9, a\}$ و $\emptyset \subseteq \{1, 2, 3, \dots\}$

نمایش مجموعه‌های اعداد:

مجموعه اعداد طبیعی $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$

مجموعه اعداد حسابی $\mathbb{W} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$

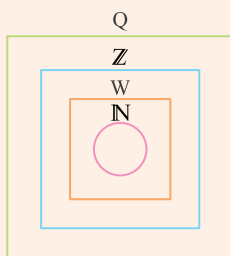
مجموعه اعداد صحیح $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$

چون در مجموعه اعداد گویا، بین هر دو عضو دلخواه بی‌شمار عضو دیگر وجود دارد، نمی‌توان این مجموعه را با عضوهایش نشان داد و برای نمایش آن باید از نمادهای ریاضی استفاده کرد.

مجموعه اعداد گویا $\mathbb{Q} = \{\frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0\}$

نکته

با توجه به تعریف زیرمجموعه داریم:



$$N \subseteq W, N \subseteq Z, N \subseteq Q$$

$$W \subseteq Z, W \subseteq Q, Z \subseteq Q$$

$$N \subseteq W \subseteq Z \subseteq Q$$

بنابراین:

مثال

۱- مجموعه‌های زیر را با نماد ریاضی نشان دهید.

الف) $A = \{3, 6, 9, 12, \dots, 45\}$

همهٔ اعضای این مجموعه مضرب‌های ۳ هستند، یعنی هر عضو مجموعه از رابطهٔ $3k$ ساخته می‌شود به طوری که k عدد طبیعی کوچک‌تر یا مساوی ۱۵ باشد.

$$A = \{3 \times (1), 3 \times (2), 3 \times (3), 3 \times (4), \dots, 3 \times (15)\} = \{3k \mid k \in \mathbb{N}, k \leq 15\}$$

ب) $B = \{5, 8, 11, 14, \dots\}$

در این مجموعه، عضوها مضرب یک عدد ثابت نیستند اما فاصلهٔ همهٔ آنها از هم ۳ واحد است؛ پس می‌توانیم هر عضو این مجموعه را مضرب‌های طبیعی ۳ که ۲ واحد به آنها اضافه شده در نظر بگیریم، یعنی هر عضو مجموعه از رابطهٔ $3k+2$ ساخته می‌شود به طوری که k عدد طبیعی باشد.

$$B = \{3 \times (1) + 2, 3 \times (2) + 2, 3 \times (3) + 2, 3 \times (4) + 2, \dots\} = \{3k+2 \mid k \in \mathbb{N}\}$$

۲- مجموعهٔ $F = \{4x-5 \mid x \in \mathbb{Z}, -3 < x \leq 7\}$ را با اعضایش نمایش دهید.

در این مجموعه شرط اول (یعنی $x \in \mathbb{Z}$) مشخص می‌کند که باید x ها را از اعداد صحیح انتخاب کنیم و شرط دوم (یعنی $-3 < x \leq 7$) مشخص می‌کند اعدادی که انتخاب می‌کنیم، یعنی x ها، باید از -2 تا خود 7 باشند (دقت کنید که $x \leq 7$ یعنی اعداد کوچک‌تر یا مساوی ۷ اما $-3 < x$ یعنی اعداد بزرگ‌تر از -3). حالا اعداد صحیح از -2 تا 7 را در رابطهٔ $4x-5$ جایگذاری می‌کنیم تا عضوهای مجموعهٔ F مشخص شوند.

$$F = \{\overbrace{4(-2)-5}^{-1-5}, \overbrace{4(-1)-5}^{-4-5}, \overbrace{4(0)-5}^{-5}, \dots, \overbrace{4(7)-5}^{28-5}\} = \{-13, -9, -5, \dots, 23\}$$

تمرین

۲۱) درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

- الف) اگر تعداد عضوهای دو مجموعه یکسان باشد، آن دو مجموعه برابر هستند. ☐ درست ☐ نادرست
- ب) دو مجموعه «اعداد اول دو رقمی زوج» و «اعداد طبیعی بین ۲ و ۳» با یکدیگر برابر هستند. ☐ درست ☐ نادرست
- پ) مجموعه «اعداد اول دو رقمی زوج» زیرمجموعه همه مجموعه‌هاست. ☐ درست ☐ نادرست
- ت) مجموعه $\{۲, ۳, ۵, ۷\}$ زیرمجموعه $\{۳, ۵, ۷\}$ است. ☐ درست ☐ نادرست
- ث) مجموعه $\{x \mid x \in W, ۶ < x \leq ۱۰\}$ سه عضو دارد. ☐ درست ☐ نادرست
- ج) مجموعه $\{2x \mid x \in \mathbb{N}\}$ معرف مجموعه مضرب‌های طبیعی عدد ۲ است. ☐ درست ☐ نادرست

۲۲) هر یک از جمله‌های زیر را با عبارت مناسب کامل کنید.

- الف) اگر هر عضو از مجموعه A ، عضو مجموعه B و هر عضو مجموعه B عضوی از مجموعه A باشد، آنگاه است.
- ب) اگر هر عضو مجموعه A یک عضو از مجموعه B باشد، آنگاه است.
- پ) هر مجموعه خودش است.
- ت) مجموعه زیرمجموعه همه مجموعه‌هاست.
- ث) هر عضو از مجموعه اعداد صحیح، حتماً عضوی از مجموعه اعداد است.

۲۳) در هر قسمت، جاهای خالی را طوری پر کنید که تساوی برقرار باشد.

- الف) $\{۵, ۷, \dots, ۱۴\} = \{۷, ۱۱, \dots, ۵\}$
- ب) $\{۲۰, \frac{۲}{۳}, (-۲)^۲, \dots, \sqrt{۲۵}\} = \{\frac{۱۲}{۱۸}, ۵, \dots, ۴, \sqrt{۴۹}\}$
- پ) $\{۰/۵, \frac{-\sqrt{۸۱}}{(-۳)^۲}, \dots, \frac{۲}{۸}, -\sqrt{۴۹}\} = \{\sqrt{۰/۲۵}, \frac{۳}{۱۲}, -۷, \dots, ۱\}$

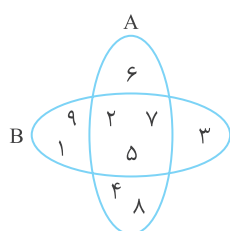
۲۴) الف) اگر $\{x, y + ۳\} = \{-۷\}$ باشد، مقادیر x و y را تعیین کنید.

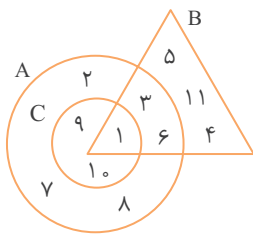
- ب) اگر $C = E$ ، $C = \{-۵, b - ۳\}$ و $E = \{a + ۴, ۷\}$ باشد، آنگاه مقادیر a و b را تعیین کنید.

- پ) اگر $\{۳, ۱۲, \frac{y}{۶}\} = \{۲x, \frac{۲}{۳}, \frac{۱۲}{۴}\}$ باشد، حاصل xy را به دست آورید.

۲۵) با توجه به شکل مقابل، حداقل چه عضوهایی را از A و چه عضوهایی را از B باید کم کنیم تا

مجموعه‌های جدیدی که به دست می‌آیند با هم مساوی باشند؟





۲۶ با توجه به نمودار و ن مقابل:

الف) هر یک از مجموعه‌های A، B و C را با عضوهایشان نمایش دهید.

ب) بزرگ‌ترین زیرمجموعه از A را بنویسید به طوری که زیرمجموعه B نیز باشد.

پ) دو زیرمجموعه از A بنویسید به طوری که زیرمجموعه B و C نیز باشند.

ت) بزرگ‌ترین زیرمجموعه از A را بنویسید به طوری که زیرمجموعه C باشد اما زیرمجموعه B نباشد.

ث) بزرگ‌ترین زیرمجموعه از B را بنویسید به طوری که زیرمجموعه A نباشد.

ج) با توجه به مجموعه‌های بالا درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.

☐ ۱) $A \subseteq B$

☐ ۲) $C \not\subseteq B$

☐ ۳) $A \not\subseteq C$

☐ ۴) $C \subseteq A$

☐ ۵) $B \subseteq A$

☐ ۶) $\{9, 1\} \subseteq C$

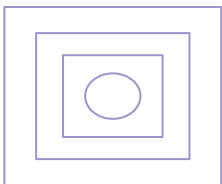
☐ ۷) $\emptyset \subseteq B$

☐ ۸) $\{9, 8, 4\} \subseteq A$

۲۷ با توجه به مجموعه‌های اعداد طبیعی ($\mathbb{N}$)، اعداد حسابی ($\mathbb{W}$)، اعداد صحیح ($\mathbb{Z}$) و اعداد گویا ($\mathbb{Q}$):

الف) مجموعه‌های نمودار و ن مقابل را نام‌گذاری کنید.

ب) با $\mathbb{N}$ ، $\mathbb{W}$ ، $\mathbb{Z}$ و $\mathbb{Q}$ جاهای خالی را پر کنید.



..... $\subseteq$ $\subseteq$ $\subseteq$

۲۸ در هر قسمت، همه زیرمجموعه‌های مجموعه داده‌شده را بنویسید.

الف) $A = \{\text{مضرب‌های طبیعی یک‌رقمی عدد } 3\}$

ب) $B = \{1, \{1\}\}$

پ) $C = \{\{a, b, c\}\}$

ت) $E = \{3x \mid x \in \mathbb{Z}, -1 \leq x < 2\}$

۲۹ هر یک از مجموعه‌های زیر را با عضوهایشان نمایش دهید.

الف) $A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 7\} =$

ب) $B = \{2x+1 \mid x \in \mathbb{W}, 2 < x \leq 5\} =$

پ) $C = \{3x \mid x = 0, 3, 7, 10\} =$

ت) $D = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -10 \leq x < -5\} =$

ث) $E = \{2x \mid x \in \mathbb{Z}, x \leq -3\} =$

ج) $F = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, x^2 \leq 7\} =$

چ) $G = \{2x-5 \mid 3x \in \mathbb{N}\} =$

۷ الف) خیر؛ $\{3\}$ عضو مجموعه B است. - بله

ب) دوعضوی؛ $E = \{1, 5\}$

پ) هیچ کدام؛ مجموعه اعداد فرد کوچکتر از ۶ عبارت است از $\{1, 3, 5\}$ که عدد ۳ عضو این مجموعه می باشد اما $3 \notin B$ و در مجموعه D عددهای ۲ و ۴ زوج هستند. پس هیچ کدام از این مجموعه ها، مجموعه اعداد فرد کوچکتر از ۶ نیستند.

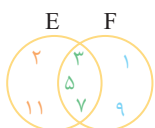
۸ الف) $A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$

$B = \{1, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 11\}$

$C = \{4, 5, 8, 9, 12, 13\}$

توجه داشته باشید که ترتیب اعضا در نوشتن یک مجموعه مهم نیست.

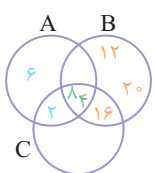
ب) ۲، ۷ پ) ۴، ۸ ت) ۵



۹ دو منحنی بسته مانند شکل رسم می کنیم، سپس

ابتدا عضوهای مشترک آنها را می نویسیم و پس از آن

بقیه عضوهای هر مجموعه را می نویسیم.



۱۰ $\{4, 8\} =$ مجموعه عضوهای مشترک هر سه مجموعه

$A =$ مجموعه اعداد طبیعی زوج یک رقمی

$B =$ مجموعه مضرب های طبیعی ۴ کوچکتر از ۲۱

$C =$ مجموعه توان های عدد دو با شروع از توان ۱ تا توان ۴

۱۱ گزینه «۴»؛ در گزینه های «۱»، «۲» و «۳» هر شخص به صورت سلیقه ای

جواب می دهد، پس مجموعه تشکیل نمی شود. اما نفرات برتر کنکور سراسری

رشته ریاضی در یک سال معین کاملاً مشخص هستند.

۱۲ گزینه «۳»

$\{-9, -3, -2, -1, \dots\} =$ عددهای صحیح و منفی بزرگتر از -10

۱۳ گزینه «۴»؛ مجموعه اعداد اول یک رقمی برابر است با $\{2, 3, 5, 7\}$.

از طرفی $3 = (-3) -$ بنابراین عبارت $(-3) \in A$ - درست است.

۱۴ گزینه «۳»؛ می دانید که $\{1\} = \{1, 1\} = \{1, 1, 1\}$ ؛

بنابراین $E = \{1, \{1\}\}$ است، در نتیجه این مجموعه دوعضوی است.

۱۵ گزینه «۴»

$$\left\{ \sqrt[3]{36}, \frac{100}{4}, 0/3, -6, \sqrt[5]{15}, \frac{12}{4}, \frac{3}{4} \right\} = \{0/3, 6, 5, -6\}$$

۱۶ گزینه «۳»؛ مجموعه $\{5, 5, 5\}$ شامل سه عضو تکراری است، پس دو

تا از آنها را حذف می کنیم، پس: $\{5, 5, 5\} = \{5\}$.

به همین ترتیب داریم: $\{\{2, 3\}, \{3, 2\}\} = \{\{2, 3\}\}$

پس گزینه های «۱»، «۲» و «۴» هر کدام یک عضو دارند.

فصل ۱: مجموعه ها

۱ الف) نادرست؛ چون هر فردی به صورت سلیقه ای سه قهرمان را مشخص

می کند و در مجموعه ها باید اعضا مشخص باشند.

ب) درست $\{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\} =$ شمارنده های عدد ۳۰

پ) درست؛ این مجموعه هیچ عضوی ندارد، پس مجموعه تهی است.

ت) نادرست؛ در هر مجموعه باید عضو تکراری را حذف کنیم. پس در این مجموعه

عضوهای تکراری را خط می زنیم تا مجموعه به صورت $\{1, 3, 5\}$ درآید،

بنابراین این مجموعه سه عضوی است.

ث) نادرست؛ $\{a\}$ عضو مجموعه A است.

۲ الف) مجموعه ب) عضو

پ) تهی - $\emptyset$ یا $\{\}$ ت) ون

۳ $\{A, B, C, \dots, Z\} \leftrightarrow$ مجموعه حروف الفبای زبان انگلیسی

مجموعه عددهای طبیعی زوج دو رقمی $\leftrightarrow \{10, 12, 14, \dots, 98\}$

$\{1, 2, 3, 6\} \leftrightarrow$ مجموعه شمارنده های طبیعی عدد ۶

$\{-9, -6, -3, 0, 3, 6, 9\} \leftrightarrow$ مجموعه مضرب های صحیح یک رقمی ۳

$\{-1, -2\} \leftrightarrow$ مجموعه اعداد صحیح منفی بزرگتر از -3

$\emptyset \leftrightarrow$ مجموعه اعداد اول زوج سه رقمی

تذکر: تنها عدد اول زوج، عدد ۲ است.

$\{7, 7\} = \{7\} \leftrightarrow$ مجموعه یک عضوی

تذکر: عضو تکراری را حذف می کنیم.

مجموعه اعداد اول یک رقمی $\leftrightarrow \{2, 3, 5, 7\}$

۴ الف) $\{x, y, 8, 9\}$

ب) $\{11, 13, 15, \dots, 99\}$

پ) مجموعه نیست؛ چون هر شخص به صورت سلیقه ای جواب می دهد.

ت) $\{-7, -5, -3, -2\}$

ث) مجموعه نیست؛ چون هر شخص به صورت سلیقه ای جواب می دهد.

ج) مجموعه نیست؛ در اینجا هم هر شخص به صورت سلیقه ای جواب می دهد.

۵ الف) مجموعه اعداد طبیعی زوج یک رقمی

ب) مجموعه اعداد اول دو رقمی کوچکتر از ۲۰

پ) مجموعه اعداد طبیعی بین ۲ و ۳ یا مجموعه اعداد اول زوج سه رقمی

ت) مجموعه اعداد صحیح و منفی بزرگتر از -6

ث) مجموعه قرینه مضرب های طبیعی عدد ۵

۶ الف) درست ب) نادرست ($7 \in A$)

پ) درست ت) درست

ث) درست ($7 \in A$) ج) درست

چ) درست ح) نادرست ($\frac{21}{3} = 7 \in A$)

$$\begin{cases} a + 4 = -5 \Rightarrow a = -5 - 4 = -9 \\ b - 3 = 7 \Rightarrow b = 7 + 3 = 10 \end{cases} \quad (\text{ب})$$

(ب) توجه داشته باشید که $\frac{12}{4}$ همان ۳ است، پس:

$$\begin{cases} 2x = 12 \Rightarrow x = 6 \\ \frac{y}{6} = \frac{2}{3} \Rightarrow y = 4 \end{cases}$$

۲۵ برای اینکه دو مجموعه برابر شوند، باید فقط عضوهای مشترک A و B را نگه داریم؛ بنابراین باید از مجموعه A، ۸ و ۶ و ۴ و از مجموعه B، ۱ و ۳ و ۹ را کم کنیم.

$$A = \{1, 2, 3, 6, 7, 8, 9, 10\} \quad (\text{الف } ۲۶)$$

$$B = \{1, 3, 4, 5, 6, 11\}$$

$$C = \{1, 9, 10\}$$

(ب) مجموعه‌ای با عضوهای مشترک A و B تشکیل می‌دهیم. $\{1, 3, 6\}$

(پ) می‌دانیم تهی زیرمجموعه تمام مجموعه‌هاست، بنابراین: $\{1\}, \{\}$

(ت) خود مجموعه C یعنی $\{1, 9, 10\}$.

(ث) خود مجموعه B یعنی $\{1, 3, 4, 5, 6, 11\}$.

- (ج)
- | | |
|-----------|----------------------------|
| ۱) نادرست | ۲) درست |
| ۳) درست | ۴) درست |
| ۵) نادرست | ۶) درست |
| ۷) درست | ۸) نادرست ($4 \notin A$) |

تذکر: بزرگ‌ترین زیرمجموعه یک مجموعه، برابر خود آن مجموعه است.



$$N \subseteq W \subseteq Z \subseteq Q \quad (\text{ب})$$

۲۸ الف) $A = \{3, 6, 9\}$ ، پس زیرمجموعه‌های آن برابر است با:

$$\{\}, \{3\}, \{6\}, \{9\}, \{3, 6\}, \{3, 9\}, \{6, 9\}, \{3, 6, 9\}$$

(ب) زیرمجموعه‌ها برابر است با: $\emptyset, \{1\}, \{\{1\}\}, \{1, \{1\}\}$

(پ) این مجموعه یک‌عضوی است، داریم: $\emptyset, \{a, b, c\}$

$$E = \{3(-1), 3(0), 3(1)\} = \{-3, 0, 3\} \quad (\text{ت})$$

پس زیرمجموعه‌ها برابر است با:

$$\emptyset, \{-3\}, \{0\}, \{3\}, \{-3, 0\}, \{-3, 3\}, \{0, 3\}, \{-3, 0, 3\}$$

۱۷ گزینه «۱»؛ مجموعه‌ها را با عضوهایشان می‌نویسیم:

$$A = \{0, 1, 2, 3, 6\}, B = \{0, 1, 4, 5, 9\}, C = \{1, 4, 6, 7, 8\} \text{ است، در نتیجه}$$

هر سه مجموعه، پنج‌عضوی است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

$$\text{گزینه «۲» : } 4 \in C \quad \text{گزینه «۳» : } 4 \notin A \quad \text{گزینه «۴» : } 7 \notin B$$

۱۸ گزینه «۳»

بررسی سایر گزینه‌ها:

$$\text{گزینه «۱» : } \{2\} \text{ اعداد اول زوج}$$

$$\text{گزینه «۲» : } \{0\} = \text{اعداد حسابی که طبیعی نیستند.}$$

$$\text{گزینه «۴» : } \{-2, -3, -4, \dots\} = \text{اعداد صحیح منفی کوچک‌تر از } -1$$

۱۹ گزینه «۳»؛ مجموعه $\emptyset$ (تهی) هیچ عضوی ندارد، پس عبارت $\emptyset \notin \emptyset$

صحیح است.

۲۰ گزینه «۳»؛ دقت داشته باشید که $\{1\}$ یکی از عضوهای مجموعه A است،

پس عبارت $\{1\} \in A$ صحیح است.

۲۱ الف) نادرست؛ مجموعه‌های دوعضوی $\{7, 8\}$ و $\{2, 4\}$ با هم برابر نیستند.

(ب) درست؛ زیرا هر دو مجموعه تهی هستند.

(پ) درست؛ زیرا این مجموعه تهی است و مجموعه تهی زیرمجموعه همه مجموعه‌هاست.

(ت) نادرست؛ زیرا عضو ۲ در مجموعه $\{3, 5, 7\}$ وجود ندارد.

(ث) نادرست؛ این مجموعه ۴ عضو دارد: $\{7, 8, 9, 10\}$

$$\text{ج) درست؛ زیرا: } \{2(1), 2(2), 2(3), \dots\} = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$$

$$A = B \quad (\text{الف } ۲۲) \quad B \subseteq A \quad (\text{ب}) \quad \text{پ زیرمجموعه}$$

(ت) تهی

۲۳ اگر هر عضو از مجموعه A عضوی از مجموعه B و هر عضو از مجموعه B،

عضوی از مجموعه A باشد دو مجموعه A و B برابر هستند، پس باید عضوهای

دو مجموعه را مقایسه کنیم.

$$\{5, 7, 11, 14\} = \{7, 11, 14, 5\} \quad (\text{الف})$$

$$\{20, \frac{2}{3}, 4, 7, 5\} = \{\frac{2}{3}, 5, 20, 4, 7\} \quad (\text{ب})$$

$$\{0/5, -1, 1, \frac{1}{4}, -7\} = \{0/5, \frac{1}{4}, -7, -1, 1\} \quad (\text{پ})$$

۲۴ الف) مجموعه $\{x, y+3\}$ با مجموعه $\{-7\}$ برابر است، پس یک

مجموعه تک‌عضوی است و بنابراین هر دو عضو باید برابر عدد -۷ باشند.

$$\begin{cases} x = -7 \\ y + 3 = -7 \Rightarrow y = -10 \end{cases}$$

گزینه ۳۱

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: $0 \in A$ گزینه «۲»: $\{1\} \subseteq A$ گزینه «۴»: $1 \in A$

گزینه ۳۲: مجموعه A دارای ۳ عضو است، پس 2^3 یعنی ۸ زیرمجموعه دارد.

گزینه ۳۳: همه اعداد طبیعی و حسابی، عضو $\mathbb{Z}$ هم هستند و هر عدد صحیح، عددی گویاست، پس: $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{W} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}$

گزینه ۳۴: $\{5\} \subseteq B$ صحیح است.

گزینه ۳۵

$$\begin{cases} 2-y=4 \Rightarrow y=-2 \\ 3x+1=4 \Rightarrow x=1 \end{cases} \Rightarrow xy=1 \times (-2) = -2$$

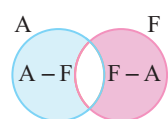
گزینه ۳۶: مجموعه اعداد طبیعی یک‌رقمی را به این صورت می‌توان نمایش داد: $\{x | x \in \mathbb{N}, x < 10\}$

گزینه ۳۷: A مجموعه اعداد صحیح بین -2 و 3 است.

گزینه ۳۸: مجموعه C اعداد صحیح بزرگ‌تر از -8 می‌باشد، بنابراین می‌توانیم آن را به صورت $\{x | x \in \mathbb{Z}, -7 \leq x\}$ نمایش دهیم.

گزینه ۳۹: زمانی هر سه مجموعه، زیرمجموعه یکدیگر می‌شوند که همگی آنها با هم برابر باشند.

الف) نادرست $A \cap B = \{x | x \in A, x \in B\}$



ب) درست

پ) نادرست

ت) درست

ث) درست $\mathbb{Z} - \mathbb{N} = \{0, -1, -2, -3, \dots\} \Rightarrow 0 \in (\mathbb{Z} - \mathbb{N})$

ج) نادرست $\mathbb{Z} - \mathbb{N} = \{0, -1, -2, -3, \dots\} \Rightarrow 5 \notin (\mathbb{Z} - \mathbb{N})$

الف) اجتماع $\emptyset$ (ب) خود آن مجموعه (پ) مساوی (ت) $A - B$ (ث) 3 (ج)

۴۲ $\mathbb{N} - \mathbb{Z} \leftrightarrow \emptyset$

$A \subseteq B \Rightarrow A \cup B \leftrightarrow B$

$\{2, 7\} \cup \{2, 3, 5\} \leftrightarrow \{2, 3, 5, 7\}$

$\mathbb{N} \cap \mathbb{W} \leftrightarrow \mathbb{N}$

$\{2, 7\} - \{2, 3, 5\} \leftrightarrow \{7\}$

$A \cup \emptyset \leftrightarrow A$

$x=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$

الف) $A = \{x | x \in \mathbb{N}, x \leq 7\} \Rightarrow A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

ب) $B = \{2x+1 | x \in \mathbb{W}, 2 < x \leq 5\} = \{2(3)+1, 2(4)+1, 2(5)+1\} \Rightarrow B = \{7, 9, 11\}$

پ) $C = \{2(0), 2(3), 2(7), 2(10)\} \Rightarrow C = \{0, 6, 14, 20\}$

ت) $D = \{x | x \in \mathbb{Z}, -10 \leq x < -5\} = \{-10, -9, -8, -7, -6\}$

ث) $E = \{2x | x \in \mathbb{Z}, x \leq -3\} = \{2(-3), 2(-4), 2(-5), \dots\} \Rightarrow E = \{-6, -8, -10, \dots\}$

ج) می‌دانیم که $0^2 = 0$ و $(+1)^2 = (-1)^2 = 1$ ، $(+2)^2 = (-2)^2 = 4$ همگی کوچک‌تر از ۷ هستند، پس: $F = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

چ) سه برابر هر کسر متعارفی که مخرجش ۳ باشد حتماً عددی طبیعی است، بنابراین:

$x = \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3}, \dots$
 $G = \{2x - 5 | 3x \in \mathbb{N}\} = \{2(\frac{1}{3}) - 5, 2(\frac{2}{3}) - 5, 2(\frac{3}{3}) - 5, \dots\}$
 $\Rightarrow G = \{-\frac{13}{3}, -\frac{11}{3}, -\frac{9}{3}, \dots\}$

۳۵ الف) عضوهای مجموعه A ، عددهای صحیح بین -12 و -4 هستند:

$A = \{x | x \in \mathbb{Z}, -12 < x < -4\}$

تذکر: البته این مجموعه را می‌توان به صورت‌های زیر هم نوشت:

... یا $A = \{x | x \in \mathbb{Z}, -12 < x \leq -5\}$ یا $A = \{x | x \in \mathbb{Z}, -11 \leq x \leq -5\}$

به این ترتیب می‌توان در موارد بعدی نیز به صورت‌های متفاوتی نمایش داد.

ب) عضوهای مجموعه B عددهای زوج طبیعی هستند. $B = \{2x | x \in \mathbb{N}\}$

پ) عضوهای مجموعه C ، مضرب‌های صحیح ۳ از -6 تا $+6$ هستند.

$C = \{3x | x \in \mathbb{Z}, -2 \leq x \leq 2\}$

ت) در مجموعه D فاصله بین اعضا ۳ واحد است از طرفی اگر به مضرب‌های طبیعی ۳، یک واحد اضافه کنیم، عضوهای D به دست می‌آیند.

$D = \{3x+1 | x \in \mathbb{N}, x \leq 13\}$

ث) عضوهای مجموعه E ، توان‌های حسابی عدد ۳ هستند.

$E = \{3^x | x \in \mathbb{W}, x \leq 4\}$

ج) عضوهای مجموعه F ، عددهای طبیعی مربع کامل کوچک‌تر از ۲۶ هستند.

$F = \{x^2 | x \in \mathbb{N}, x \leq 5\}$

چ) عضوهای مجموعه G ، از توان‌های طبیعی عدد 10 ، یک واحد کمتر هستند.

$G = \{10^x - 1 | x \in \mathbb{N}, x \leq 4\}$

$$۳) \mathbb{Z} - \mathbb{N} = \{\dots, -2, -1, 0, \cancel{1}, \cancel{2}, \dots\} - \{1, 2, 3, \dots\} \\ = \{0, -1, -2, \dots\}$$

$$۴) \mathbb{Z} - \mathbb{W} = \{\dots, -2, -1, \cancel{0}, \cancel{1}, \cancel{2}, \dots\} - \{0, 1, 2, \dots\} \\ = \{-1, -2, -3, \dots\}$$

$$۵) \mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \Rightarrow \mathbb{N} \cup \mathbb{Z} = \mathbb{Z}$$

$$۶) \mathbb{N} \subseteq \mathbb{W} \Rightarrow \mathbb{N} \cup \mathbb{W} = \mathbb{W}$$

(ب)

$$\mathbb{N} - \mathbb{W} = \emptyset; \text{درست: (۲)} \quad \mathbb{W} - \mathbb{N} = \{0\}; \text{درست: (۱)}$$

$$\mathbb{Z} - \mathbb{N} = \{0, -1, \dots\}; \text{درست: (۴)} \quad \mathbb{Z} \cap \mathbb{N} = \mathbb{N}; \text{نادرست: (۳)}$$

۴۸) گزینه «۳»: قسمت رنگ شده تمامی عضوهای A را که عضو B نمی باشند، نشان می دهد، پس این مجموعه A - B است.

$$\{1, 2, \cancel{3}, 3\} - \{2\} = \{1, 2, 3\} - \{2\} = \{1, 3\} \quad \text{گزینه «۳»}$$

تذکر: در هر مجموعه عضو تکراری حذف می شود.

بررسی سایر گزینه ها:

$$\{1, 2, 3, 4\} \cap \{1, 2, 3, 5\} = \{1, 2, 3\} \quad \text{گزینه «۱»}$$

$$\{1, 2\} \cup \{2, 3\} = \{1, 2, 3\} \quad \text{گزینه «۲»}$$

$$\{1, 2, 3, \cancel{4}\} - \{4\} = \{1, 2, 3\} \quad \text{گزینه «۴»}$$

$$B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}, A = \{1, 3, 5, 7, 9\} \quad \text{گزینه «۳»}$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$$

$$A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{2, 3, 4, 5, 6\} \quad \text{گزینه «۴»}$$

$$\Rightarrow A \cap B = \{2, 3, 4\}, n(A \cap B) = 3$$

گزینه «۲»

اگر $B \subseteq A$ باشد، آنگاه $A \cup B = A$ و $A \cap B = B$ است.

۵۳) گزینه «۲»: اشتراک هر دو مجموعه حتماً زیرمجموعه هریک از آنهاست؛

$$(A \cap B) \subseteq A, (A \cap B) \subseteq B \quad \text{بنابراین:}$$

$$A \subseteq B \Rightarrow A \cup B = B \quad \text{گزینه «۲»}$$

$$B \subseteq C \Rightarrow C \cap (A \cup B) = B$$

$$\mathbb{W} - \mathbb{N} = \{0\} \quad \text{گزینه «۲»}$$

$$A \subseteq B \Rightarrow A - B = \{\} \quad \text{گزینه «۳»}$$

$$C - A = \{1, 2, 7, 8, 9\}$$

$$(A - B) \cup (C - A) = \{1, 2, 7, 8, 9\} \Rightarrow \text{۵ عضو دارد.}$$

۴۳) الف

$$۱) A \cup B = \{2, 3, 5\} \cup \{2, 4\} = \{2, 3, 4, 5\}, n(A \cup B) = 4$$

$$۲) A \cap B = \{2, 3, 5\} \cap \{2, 4\} = \{2\}, n(A \cap B) = 1$$

$$۳) A - B = \{\cancel{2}, 3, 5\} - \{2, 4\} = \{3, 5\}, n(A - B) = 2$$

$$۴) B - A = \{\cancel{2}, 4\} - \{2, 3, 5\} = \{4\}, n(B - A) = 1$$

(ب)

$$5 \in (A \cup B); \text{نادرست: (۲)}$$

۱) درست

۳) درست: اشتراک دو مجموعه، همواره زیرمجموعه هر یک از دو مجموعه می باشد.

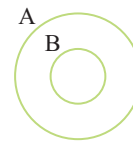
۵) درست

۴) نادرست

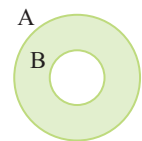
۶) درست: تهی زیرمجموعه تمام مجموعه ها است.

$$B \subseteq A \Rightarrow B - A = \emptyset \quad \text{(ب)}$$

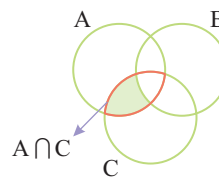
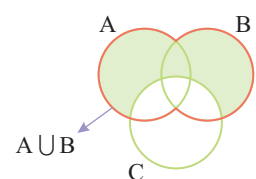
۴۴) الف



(ت)



(پ)



$$۱) B \cup C = \{3, 2, 7\} \cup \{2, 13\} = \{2, 3, 7, 13\} \quad \text{الف) ۴۵}$$

$$۲) B \cap C = \{2, 3, 7\} \cap \{2, 13\} = \{2\}$$

$$۳) A - B = \{\cancel{2}, \cancel{3}, 5, \cancel{7}, 11, 13\} - \{2, 3, 7\} = \{5, 11, 13\}$$

$$۴) C - A = \emptyset \quad \text{مجموعه C زیرمجموعه مجموعه A است، پس:}$$

$$۵) A - (B \cap C) = \{\cancel{2}, 3, 5, 7, 11, 13\} - \{2\} = \{3, 5, 7, 11, 13\}$$

$$۶) A - (B \cup C) = \{\cancel{2}, \cancel{3}, 5, \cancel{7}, 11, \cancel{13}\} - \{2, 3, 7, 13\} = \{5, 11\}$$

(ب)

$$C \subseteq A; \text{نادرست: (۲)}$$

۱) درست

۴) نادرست

۳) درست

۶) درست

۵) درست

$$B - A = C \Rightarrow \{5, \cancel{7}, 8, 9\} - \{4, \cancel{5}, k\} = \{7, 8, 9\} \quad \text{۴۶}$$

پس باید $k = 5$ باشد.

$$۱) \mathbb{W} - \mathbb{N} = \{0, \cancel{1}, \cancel{2}, \cancel{3}, \dots\} - \{1, 2, 3, \dots\} = \{0\} \quad \text{الف) ۴۷}$$

$$۲) \mathbb{N} - \mathbb{W} = \{\cancel{0}, \cancel{1}, \cancel{2}, \dots\} - \{0, 1, 2, 3, \dots\} = \{\}$$

(پ)

(۲) عقریه روی اعداد اول بایستد.

(۳) عقریه روی مضرب ۳ بایستد.

(۴) عقریه روی شمارنده‌های عدد ۳ یا روی اعداد فرد بایستد.

(۵) عقریه روی اعداد بزرگ‌تر از ۲ بایستد.

(۶) عقریه روی شمارنده‌های عدد ۴ بایستد.

$$n(S) = 2 + 3 + 4 = 9$$

(۶۲)

$$P(\text{مهره قرمز باشد}) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{9}$$

(الف)

$$P(\text{مهره آبی یا قرمز}) = \frac{n(A)}{n(S)} + \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{2}{9} + \frac{3}{9} = \frac{5}{9}$$

(ب)

$$P(\text{مهره آبی یا زرد}) = \frac{n(B)}{n(S)} + \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{3}{9} + \frac{4}{9} = \frac{7}{9}$$

(پ)

$$P(\text{مهره سبز باشد}) = \frac{n(D)}{n(S)} = \frac{0}{9} = 0$$

(ت)

$$S = \{(\text{د,پ,د,پ}), (\text{د,پ,د,پ}), (\text{د,د,پ,د}), (\text{د,د,پ,د}), (\text{پ,پ,د,پ}), (\text{پ,پ,د,پ}), (\text{پ,د,پ,د}), (\text{پ,د,پ,د}), (\text{د,د,د,د}), (\text{د,د,د,د}), (\text{د,د,د,د}), (\text{د,د,د,د}), (\text{د,د,د,د}), (\text{د,د,د,د}), (\text{د,د,د,د})\}$$

$$n(S) = 2^4 = 16$$

(ب) فقط در یک حالت هر ۴ فرزند دختر هستند.

(پ) فقط در ۴ حالت سه فرزند دختر و یک فرزند پسر هستند.

(ت) فقط در ۶ حالت، دو فرزند دختر و دو فرزند پسر هستند.

(ث) هیچ فرزند دختری نداشته باشد، یعنی همه فرزندانش پسر باشند.

$$n(S) = 6 \times 6 = 36$$

(الف) (۶۴)

$$A = \{(2, 4), (2, 6), (3, 4), (3, 6), (5, 4), (5, 6), (4, 2), (6, 2), (4, 3), (6, 3), (4, 5), (6, 5)\}$$

$$P(A) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

(پ) مجموع دو عدد ۱۰ شود

$$P(\text{مجموع دو عدد رو شده ۱۰ باشد}) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}, n(S) = 10$$

(الف) (۶۵)

$$A = \{2, 3, 5, 7\} \Rightarrow P(A) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

(ب)

$$B = \{2, 4, 6, 8, 10\} \Rightarrow P(B) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

(پ)

(۵۷) الف درست

$$n(S) = 2 \times 6 = 12$$

(ب) درست؛ در پرتاب همزمان دو سکه، در یک حالت هر دو سکه رو می‌آید.

(پ) نادرست؛ در پرتاب تاس فقط دو حالت ۴ و ۶ مرکب هستند، پس $\frac{2}{6}$ صحیح است.

(ت) درست؛ در پرتاب یک تاس بیشترین مقداری که ظاهر می‌شود برابر ۶ است، بنابراین در پرتاب دو تاس بیشترین مقدار ۱۲ می‌باشد.

(ث) نادرست؛ فضای نمونه‌ای خانواده‌دارای دو فرزند، ۴ حالت دارد.

$$(الف) (۵۸) \quad 6 \times 6 = 36 \quad (ب) \quad 2 \times 2 \times 2 = 8 \quad (پ) \quad \frac{1}{4}$$

$$n(S) = 2 \times 6 = 12$$

(ت)

$$A = \{(1, 2), (1, 4), (1, 6)\} \Rightarrow P(A) = \frac{3}{12}$$

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, n(S) = 6$$

(الف) (۵۹)

$$A = \{1, 2, 3, 6\}, n(A) = 4 \Rightarrow P(A) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

(ب)

$$B = \{3, 6\}, n(B) = 2 \Rightarrow P(B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

(پ)

$$C = \{5, 6\}, n(C) = 2 \Rightarrow P(C) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

(ت)

(الف) (۶۰)

$$S = \left\{ \begin{array}{l} (0, 0), (0, 1), (0, 2), \dots, (0, 9) \\ (1, 0), (1, 1), (1, 2), \dots, (1, 9) \\ (2, 0), (2, 1), (2, 2), \dots, (2, 9) \\ \vdots \\ (9, 0), (9, 1), (9, 2), \dots, (9, 9) \end{array} \right\}$$

$$n(S) = 10 \times 10 = 100$$

(ب) $\frac{1}{100}$

$$10 \text{ عضو} \quad \{1, 2, 3, \dots, 9\} = \text{مجموعه مضرب‌های } 10$$

(پ) $\frac{9}{100}$

$$\{00, 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99\}$$

(ت) $\frac{10}{100} = \frac{1}{10}$

$$S = \{1, 2, 3, 4\}$$

(الف) (۶۱)

$$\emptyset \Rightarrow \frac{0}{4} = 0$$

(ب)

$$\{1\} \Rightarrow \frac{1}{4} \quad \{1, 2\} \Rightarrow \frac{2}{4} \quad \{2, 4\} \Rightarrow \frac{2}{4}$$

$$\{2\} \Rightarrow \frac{1}{4} \quad \{1, 3\} \Rightarrow \frac{2}{4} \quad \{3, 4\} \Rightarrow \frac{2}{4} \quad \{2, 3, 4\} \Rightarrow \frac{3}{4}$$

$$\{3\} \Rightarrow \frac{1}{4} \quad \{1, 4\} \Rightarrow \frac{2}{4} \quad \{1, 2, 3\} \Rightarrow \frac{3}{4} \quad \{3, 4, 1\} \Rightarrow \frac{3}{4}$$

$$\{4\} \Rightarrow \frac{1}{4} \quad \{2, 3\} \Rightarrow \frac{2}{4} \quad \{1, 2, 4\} \Rightarrow \frac{3}{4} \quad \{1, 2, 3, 4\} \Rightarrow \frac{4}{4} = 1$$