

مقدمه

سال سوم دبیرستان بودم. یکی از مباحث کتاب ریاضیات جدید در آن سال آنالیز ترکیبی بود. مقدمات آنالیز ترکیبی را از کتاب درسی یاد گرفتم و احساس کردم که به این موضوع خیلی علاقمندم. بعد از مدتی یکی از دوستانم کتاب ریاضیات انتخاب را به من معرفی کرد. من هم این کتاب را تهیه و در عرض ۱۰ روز کل کتاب را مطالعه کردم. در سال چهارم نیز معلم درس ریاضیات جدید کتابی به نام Concrete Mathematics را به من داد. دو فصل از این کتاب را خواندم و با مسأله‌های معروفی چون مسأله برج هانوی، مسأله ژرفوس، اعداد کاتالان و خیلی مسأله‌های دیگر آشنا شدم. علاوه بر این‌ها با مطالعه یکی دو کتاب دیگر مقدماتی از نظریه گراف را نیز یاد گرفتم. مطالعه این کتاب‌ها از یک سو برایم لذت‌بخش بود و از سوی دیگر عطش یادگیری مفاهیم پیشرفته‌تر را در من بیشتر می‌کرد. همین عطش باعث شد که برای ورود به دانشگاه رشته ریاضی را انتخاب کنم. در دوران تحصیل در دانشگاه درس‌های زیادی را در زمینه‌های آنالیز ترکیبی و نظریه گراف گذراندم و کتاب‌ها و مقالات بسیاری را در این در این دوزینه مطالعه کردم. چون علاقه زیادی به تدریس داشتم از همان زمان ورود به دانشگاه مشغول به تدریس شدم. غالب کلاس‌هایی که تا کنون داشته‌ام مربوط به درس آنالیز ترکیبی بوده‌اند. مطالعه کتب مرجع و تدریس در دبیرستان باعث شد تا پس از مدتی یک مجموعه نسبتاً بزرگی از مفاهیم و مسأله‌های آنالیز ترکیبی را جمع‌آوری کنم. خیلی دوست داشتم که این مجموعه را به یک کتاب تبدیل کنم. در سال ۱۳۷۹ از سوی انتشارات فاطمی پیشنهاد شد که یک کتاب ترکیبیات در زمینه المپیاد بنویسم. پس از تألیف این کتاب تصمیم گرفتم که کتابی مقدماتی بنویسم که قابل استفاده قشر وسیع‌تری از دانش‌آموزان باشد. برای همین منظور قرار شد که دو کتاب موضوعی، یکی در زمینه نظریه

گراف و دیگری در زمینه آنالیز ترکیبی را برای انتشارات فاطمی بنویسم. کتاب نظریه گراف را نوشتم و برای کتاب آنالیز ترکیبی یک مجموعه بزرگی از مسائل را فراهم کردم ولی پس از آن فرصتی برای نوشتن متن کتاب میسر نشد. در دو سه سال اخیر در کلاس‌هایی که مربوط به درس آنالیز ترکیبی بوده‌اند از این مجموعه مسائل خیلی استفاده کرده‌ام. این امر باعث شد تا بتوانم اصلاحات خوبی را روی این مجموعه اعمال کنم. سال گذشته فرصتی فراهم شد و متن کتاب را نیز نوشتم و حاصل کار آن شد که اکنون ملاحظه می‌کنید.

این کتاب در ۸ فصل تنظیم شده است. شش فصل اول مربوط به مقدمات شمارش هستند و فصل‌های هفتم و هشتم کتاب به اصل لانه کبوتری و استقرای ریاضی اختصاص یافته است. هر فصل از چند بخش تشکیل شده است. در هر بخش علاوه بر توضیح درس تعداد قابل ملاحظه‌ای مسأله حل شده وجود دارد. در پایان هر بخش نیز تعدادی مسأله آورده شده است که برخی از آن‌ها مشابه مسأله‌های حل شده در متن هستند و حل آن‌ها برای تسلط بر موضوع بسیار مفید است. برخی از مسأله‌ها نیز که مشکل‌ترند با علامت ستاره مشخص شده‌اند. در پایان کتاب برای مسائل ساده و مسائلی که مشابه مسأله‌های حل شده در متن کتاب هستند پاسخ و برای بقیه مسائل راه حل داده شده است. امیدوارم که هر دانش آموز بتواند در حد توان از مطالب این کتاب استفاده کند و از مطالعه و حل مسائل آن لذت ببرد و بر دانش خود بیافزاید.

در پایان بر خود لازم می‌دانم از کلیه عزیزانی که مرا در تهیه این کتاب یاری کردند بالاخص از دوست و یار همیشگی، نصیر کریمی عزیز که زحمت حروف چینی و صفحه‌آرایی کتاب به عهده ایشان بود و همچنین از مدیر محترم مؤسسه انتشاراتی دبیرستان انرژی اتمی جناب آقای مهندس متولی به خاطر چاپ این اثر تشکر و قدردانی کنم.

علی‌رضا علی‌پور، اردیبهشت ۱۳۸۶

فهرست

مقدمه

فصل ۱. اصول شمارش ۱

۱-۱ اصل ضرب ۱

۱-۲ اصل جمع ۱۳

۱-۳ اصل متمم ۲۱

فصل ۲. جایگشت‌ها ۲۶

۲-۱ فاکتوریل ۲۶

۲-۲ جایگشت‌های خطی ۲۹

۲-۳ جایگشت‌های r شیء از n شیء ۳۵

۲-۴ جایگشت‌های دوری ۴۱

فصل ۳. ترکیب‌ها و بسط دوجمله‌ای ۴۷

۳-۱ ترکیب‌ها ۴۷

۳-۲ بسط دوجمله‌ای ۶۳

فصل ۴. جایگشت‌های باتکرار ۷۱

۴-۱ جایگشت‌های باتکرار ۷۱

۴-۲ مسأله مسیر ۸۸

۴-۳ بسط چندجمله‌ای ۹۷

فصل ۵. ترکیب‌های با تکرار ۱۰۲

۱-۵ معادلات با ضرایب واحد ۱۰۲

۲-۵ ترکیب‌های با تکرار ۱۰۸

۳-۵ توزیع اشیاء یکسان در دسته‌های متمایز ۱۱۵

فصل ۶. اصل شمول و عدم شمول ۱۱۸

۱-۶ حالت $n = 2$ ۱۱۸

۲-۶ حالت $n = 3$ ۱۲۸

فصل ۷. اصل لانه کبوتری ۱۴۲

۱-۷ صورت ساده‌ی اصل لانه کبوتری ۱۴۲

۲-۷ صورت تعمیم‌یافته‌ی اصل لانه کبوتری ۱۵۸

فصل ۸. استقرای ریاضی ۱۷۱

۱-۸ استقرای ضعیف ۱۷۱

۲-۸ انواع دیگری از استقرای ریاضی ۱۸۳

فصل ۹. پاسخ، راهنمایی و راه حل ۱۹۲

کتاب‌نامه