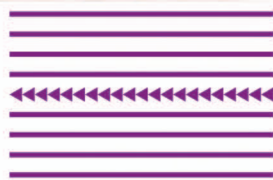


زود پښ  
اصحاح



مؤلفان:  
محمد آهنگر  
سجاد صافى زاده  
آرمين كمالى  
سعيد احمدى

فيزيک تجربى دوازدېم

کاج

۳۰

صفحه جمع بندی  
کامل فرمول ها

۳۰

صفحه جمع بندی  
کامل مفاهیم کتاب درسی

۲۰۰

پرسش مفهومی  
چند قسمتی پرتکرار

۲۰۰

پرسش امتحانی  
چند قسمتی پرتکرار

۲۴

آزمون سطح بندی شده  
مبحثی و جامع

فرمول  
پایست  
زودید



9 786220 308928

تهران، میدان انقلاب  
نیش بازار چه کتاب

[www.gajmarket.com](http://www.gajmarket.com)

## فیزیک ۵ بعدی

تو این کتاب که با به سبک کاملاً جدید تألیف شده، برای آموزش دقیق مطالب به شما دانش‌آموزی عزیز، تو هر فصل از پنج تا قسمت استفاده کردیم و اسمش رو گذاشتیم آموزش پنج بُعدی. خب اگه موافقید، بریم و ببینیم این ۵ تا قسمت زودتر ما، چه جوری قراره تو کمترین زمان ممکن، فیزیک شما رو برای امتحان متحول بکنه...

### فرمول‌ها

۱

تو بُعد اول هر فصل، براتون به مرور کامل و حرفه‌ای روی فرمولای مهم فصل داریم. جالبه بدونین نکات خیلی زیادی توی این فرمولا هست که مستقیماً به شکل جای خالی و درستی یا نادرستی تو امتحان نهایی میاد و برای پاسخ بهشون، کافیه حواستون حسابی به کلمه‌ها و عبارت‌هایی که توی متن کار رنگی شدن باشه.

### مفاهیم

۲

تو بُعد دوم هر فصل، سراغ عبارت‌ها و مفاهیم مهم کتاب درسی که سؤالات بسیار زیادی ازشون تو امتحان نهایی مطرح میشه رفتیم و به جورایی قصد داریم خیلی حرفه‌ای خیال شما رو از بابت متن کتاب درسی راحت کنیم، راستی بازم خیلی خیلی حواستون به عبارت‌های رنگی داخل متن باشه. از طرفی به سری نکات خوب و تکنیکی در مورد تحلیل نمودارها هم اگه لازم بوده، توی این بُعد گفته شده.

### پرسش‌های مفهومی

۳

تو بُعد سوم هر فصل، کلی سؤال مفهومی از امتحان نهایی و تمرینای کتاب درسی رو که به جورایی از ترکیب بُعدهای (۱) و (۲) فصل طرح شدن، براتون بررسی می‌کنیم تا تسلطتون رو مطالب خیلی خیلی زیاد بشه، راستی حواستون به تعداد تکرارهای هر پرسش هم باشه که کنارش نوشته شده، طبیعیه که هر چی سؤال بیشتر تکرار شده باشه، مهم‌تره و شانس تکرار مجددش بیشتره، راستی این تعداد تکرارها از بررسی ۲۰۰ مرحله آزمون از امتحانات نهایی و امتحانات مدارس منتخب کشور به دست اومده.

### مسائل عددی

۴

تو بُعد چهارم هر فصل، سعی می‌کنیم به مرور خیلی خوب و قوی روی مثال‌های عددی و حل‌کردنی اون فصل تو امتحان نهایی و همچنین کتاب درسی داشته باشیم تا خیالتون از این سبک سؤالات که قسمت عمده امتحان رو شامل میشه، کاملاً راحت بشه، البته بازم حواستون به تعداد تکرار هر تمرین باشه، این تعداد تکرار به جورایی اهمیت تیپ سؤال مطرح شده رو هم برای امتحان میرسونه.

### آزمون‌های سطح‌بندی شده

۵

تو بُعد پنجم فصل هم با آوردن ۴ مرحله آزمون تشریحی احتمالی که پاسخ‌شون بارم‌بندی هم شده، فصل رو بستیم. این آزمون‌های میحی، سطح‌بندی شده هستن و دو تای آخرش که میشه سطح ۳ و ۴، واقعاً سؤالاتی تشریحی جونداری هستن و اگه توی زمان ۱۲۰ دقیقه نتونستید حل کنید، ایرادی نداره، توی ۱۸۰ دقیقه حل کنید. این آزمونا، مال کساییه که خود بیست رو میخوان.

### و اقای به جمع‌بندی توپ

تو آخر کتاب هم به بانک سؤال خوب امتحان نهایی جامع که تو دو سال اخیر برگزار شده درو دارید، این آزمونا بهترین منبع برای جمع‌بندی نزدیک امتحان اصلی محسوب میشن، راستی ۲ تا امتحان ویژه ترم اول هم براتون طرح کردیم.

«با آرزوی کسب نمره ۲۰ در آزمون بزرگ‌تر زندگی»

# فهرست مطالب

## فصل ۱ حرکت بر خط راست

|                                |                        |                             |                 |                   |
|--------------------------------|------------------------|-----------------------------|-----------------|-------------------|
| ۵۷                             | ۳۴                     | ۲۰                          | ۱۴              | ۶                 |
| بخش ۵<br>آزمون های<br>سطح بندی | بخش ۴<br>مسائل<br>عددی | بخش ۳<br>پرسش های<br>مفهومی | بخش ۲<br>مفاهیم | بخش ۱<br>فرمول ها |

## فصل ۲ دینامیک

|                                |                        |                             |                 |                   |
|--------------------------------|------------------------|-----------------------------|-----------------|-------------------|
| ۱۲۷                            | ۱۰۵                    | ۹۱                          | ۸۸              | ۸۰                |
| بخش ۵<br>آزمون های<br>سطح بندی | بخش ۴<br>مسائل<br>عددی | بخش ۳<br>پرسش های<br>مفهومی | بخش ۲<br>مفاهیم | بخش ۱<br>فرمول ها |

## فصل ۳ نوسان و امواج

|                                |                        |                             |                 |                   |
|--------------------------------|------------------------|-----------------------------|-----------------|-------------------|
| ۲۱۱                            | ۱۹۱                    | ۱۷۱                         | ۱۶۰             | ۱۵۲               |
| بخش ۵<br>آزمون های<br>سطح بندی | بخش ۴<br>مسائل<br>عددی | بخش ۳<br>پرسش های<br>مفهومی | بخش ۲<br>مفاهیم | بخش ۱<br>فرمول ها |

## فصل ۴ آشنایی با فیزیک اتمی و هسته ای

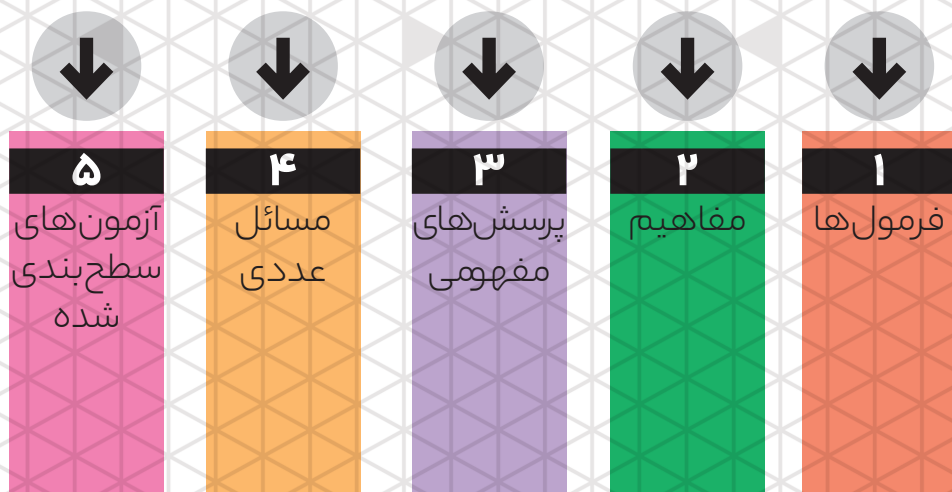
|                                |                        |                             |                 |                   |
|--------------------------------|------------------------|-----------------------------|-----------------|-------------------|
| ۲۸۳                            | ۲۷۰                    | ۲۵۴                         | ۲۴۵             | ۲۳۸               |
| بخش ۵<br>آزمون های<br>سطح بندی | بخش ۴<br>مسائل<br>عددی | بخش ۳<br>پرسش های<br>مفهومی | بخش ۲<br>مفاهیم | بخش ۱<br>فرمول ها |

## امتحان نهایی

|                             |                                 |                                |                                                                |                             |                                                             |                        |                        |
|-----------------------------|---------------------------------|--------------------------------|----------------------------------------------------------------|-----------------------------|-------------------------------------------------------------|------------------------|------------------------|
| ۳۲۱                         | ۳۱۹                             | ۳۱۷                            | ۳۱۴                                                            | ۳۱۱                         | ۳۰۹                                                         | ۳۰۶                    | ۳۰۴                    |
| آزمون ۸<br>دی تجربی<br>۱۴۰۳ | آزمون ۷<br>شهریور تجربی<br>۱۴۰۳ | آزمون ۶<br>خرداد تجربی<br>۱۴۰۳ | آزمون ۵<br>خرداد ریاضی ۱۴۰۳<br>(متناسب سازی شده<br>برای تجربی) | آزمون ۴<br>دی تجربی<br>۱۴۰۲ | آزمون ۳<br>دی ریاضی ۱۴۰۲<br>(متناسب سازی شده<br>برای تجربی) | آزمون ۲<br>نیم سال اول | آزمون ۱<br>نیم سال اول |

# فصل

## حرکت بر خط راست



سطح آزمون



تعداد تکرارها



مثال حل شده



تذکر



نکته



عناوین اصلی



سخن معلم



## مرور حرفه‌ای فرمول‌های مورد استفاده در این فصل

## فرمول‌ها



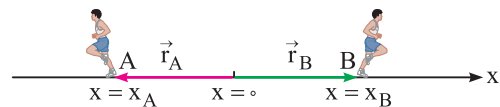
تو بخش اول فصل، می‌خواهیم براتون یه مرور کامل و حرفه‌ای روی فرمولای مهم این فصل داشته باشیم. جالبه بدونین نکات خیلی زیادی توی این فرمولا هست که مستقیماً به شکل جای خالی تو امتحان نهایی میاد، خواهشاً حواستون حسابی به کلمه‌ها و عبارتهایی که رنگی شدن باشه ...



### روابط کلی حرکت

#### ۱ بردار مکان

در شکل زیر، دونده‌ای بر روی محور  $x$  در حال حرکت است. **بردار مکان** در هر نقطه از مسیر حرکت برای این دونده، برداری است که از **مبدأ مختصات** به مکان دونده متصل می‌شود. به‌طور مثال در شکل زیر، بردار مکان در نقاط  $A$  و  $B$  از مسیر نشان داده شده است:



$$\vec{r} = x \vec{i}$$

$\vec{r}$ : بردار مکان ( $m$ )

$x$ : موقعیت متحرک بر روی محور  $x$  ( $m$ )

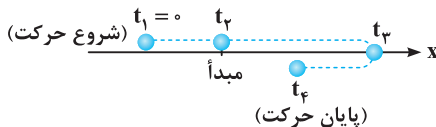
پارامترهای  
جدید

۱ اگر متحرک در سمت **راست** مبدأ باشد ( $B$ )، بردار مکان در **جهت محور  $x$**  قرار دارد و اگر متحرک در سمت **چپ** مبدأ باشد ( $A$ )، بردار مکان در **خلاف جهت محور  $x$**  قرار می‌گیرد.

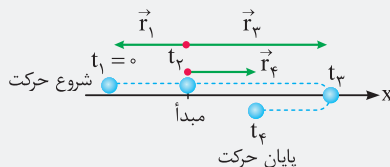
۲ در مبدأ مختصات،  $x = 0$  بوده و  $\vec{r}$  صفر است.



در مورد بردار مکان متحرکی که مسیر زیر را در بازه زمانی  $t_1 = 0$  تا  $t_f$  طی می‌کند، اظهارنظر کنید.



سه‌تا صحبت جدی زیررو با توجه به شکل رسم شده، باید حتماً باگوش و پوست درک کنی...



۱ در بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_f$  متحرک در سمت چپ مبدأ قرار دارد، پس بردار مکان آن در خلاف جهت محور  $x$  قرار می‌گیرد.

۲ در کل بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_f$  متحرک در سمت راست مبدأ قرار دارد، پس بردار مکان آن در این بازه در جهت محور  $x$  قرار می‌گیرد.

۳ در لحظه  $t_f$ ، **متحرک یک لحظه در مبدأ قرار دارد و سپس از مبدأ عبور می‌کند**، پس بردار مکان متحرک در لحظه  $t_f$  صفر شده و در این لحظه **بردار مکان** متحرک **تغییر جهت** می‌دهد.

اگر حرکت ماه به دور زمین را در یک مسیر دایره‌ای فرضی با شعاع  $R$  در نظر بگیرید، هنگامی که ماه یک دور کامل می‌چرخد، جابه‌جایی و مسافت آن چقدر است؟

جابه‌جایی ماه صفر است، زیرا ماه به محل اولیه خود بازگشته است اما مسافت طی شده آن برابر محیط دایره طی شده یعنی  $2\pi R$  است.

**۱** مسافت برخلاف جابه‌جایی، کمیتی نرده‌ای و نامنفی است و جهت ندارد.

**۲** مسافت طی شده توسط یک متحرک، همواره بزرگ‌تر یا مساوی اندازه جابه‌جایی متحرک است.

**۳** هنگامی که متحرک در مسیر مستقیم و بدون تغییر جهت حرکت کند، اندازه جابه‌جایی آن برابر مسافت طی شده است.

### ۴ سرعت متوسط

اگر متحرک در مدت زمان  $\Delta t$ ، جابه‌جایی  $\vec{d}$  را انجام دهد، سرعت متوسط آن در این جابه‌جایی برابر است با:

$$\vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t}$$

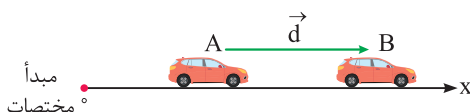
$$\vec{v}_{av} : \text{بردار سرعت متوسط} \left( \frac{m}{s} \right)$$

$$\vec{d} : \text{بردار جابه‌جایی} (m)$$

$$\Delta t : \text{طول بازه زمانی} (s)$$

پارامترهای جدید

**۱** فرض کنید متحرک نشان داده شده در شکل، در بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_2$  از نقطه A تا نقطه B منتقل شده است. بردار جابه‌جایی ( $\vec{d}$ ) در هر بازه زمانی برای این متحرک، برداری است که محل متحرک در شروع بازه زمانی را مستقیماً به محل متحرک در انتهای آن بازه زمانی متصل می‌کند و بردار سرعت متوسط با بردار جابه‌جایی ( $\vec{d}$ ) هم جهت است.



### ۲ بردار جابه‌جایی

پاره خط جهت‌داری که مکان آغازین حرکت را به مکان پایانی حرکت وصل می‌کند، بردار جابه‌جایی نامیده می‌شود. بردار جابه‌جایی ( $\vec{d}$ ) عملاً معادل با تفاضل بردار  $\vec{r}_1$  از  $\vec{r}_2$  است.

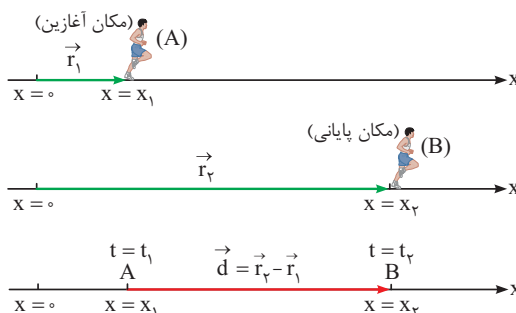
$$\vec{d} = \vec{r}_B - \vec{r}_A = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

$\vec{r}_1, \vec{r}_2$ : بردارهای مکان در نقاط A و B

از مسیر (m)

$\vec{d}$ : بردار جابه‌جایی (m)

پارامترهای جدید

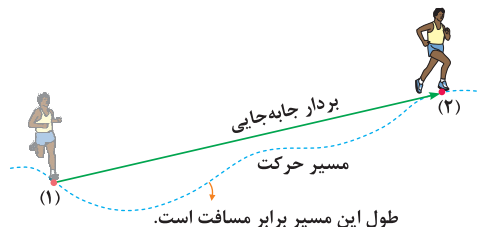


**۱** جابه‌جایی کمیتی برداری و یکی آن در SI برابر متر است.

**۲** هنگامی که متحرک روی محور x حرکت یک‌بعدی انجام می‌دهد، می‌توان جابه‌جایی را به جای  $\vec{d}$  با  $\Delta x$  نمایش داد. در این صورت علامت جبری  $\Delta x$ ، جهت جابه‌جایی را نشان می‌دهد. اگر متحرک در جهت محور x حرکت کند، جابه‌جایی آن مثبت و اگر متحرک در خلاف جهت محور x حرکت کند، جابه‌جایی آن منفی خواهد بود.

### ۳ مسافت طی شده

طول واقعی مسیر طی شده توسط متحرک، مسافت پیموده شده یا به اختصار مسافت نامیده می‌شود. شکل نشان داده شده تفاوت جابه‌جایی و مسافت طی شده توسط دوندۀ را نشان می‌دهد:



طول واقعی مسیر حرکت  $l =$

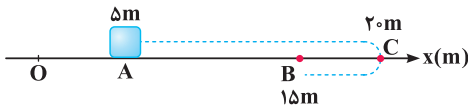
۲ ➡ برای تبدیل km/h به m/s، کافی است عدد موردنظر را بر ۳/۶ تقسیم کنیم:

$$1 \text{ km/h} = 1 \frac{(1000 \text{ m})}{(3600 \text{ s})} \Rightarrow 1 \text{ km/h} = \frac{1}{3.6} \text{ m/s}$$

و برای تبدیل m/s به km/h، عدد موردنظر را در ۳/۶ ضرب می‌کنیم:

$$1 \text{ m/s} = 3.6 \text{ km/h}$$

در شکل زیر، در طی ۲۰ ثانیه متحرک بر روی محور x از نقطه A تا نقطه B حرکت کرده است. سرعت متوسط و تندی متوسط آن چقدر است؟



محاسبه  $v_{av}$ :  $x_1 = 5 \text{ m}$  محل شروع حرکت

$x_2 = 15 \text{ m}$  محل پایان حرکت

$$\vec{v}_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \vec{i} = \frac{(x_2 - x_1)}{\Delta t} \vec{i} = \frac{(15 - 5) \text{ m}}{20 \text{ s}} \vec{i}$$

$$\Rightarrow \vec{v}_{av} = (0.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}) \vec{i}$$

محاسبه  $s_{av}$ :

طول واقعی مسیر حرکت = مسافت  $l$

$$\Rightarrow l = |AC| + |BC| \Rightarrow l = 15 + 5 = 20 \text{ m}$$

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{20}{20} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

### ۶ سرعت لحظه‌ای

سرعت لحظه‌ای **کمیتی برداری** است که بردار سرعت را در هر لحظه نشان می‌دهد و در بیان آن حتماً باید جهت نیز ذکر شود.

اگر خودرویی در حال حرکت به سمت شمال باشد و در نقطه‌ای از مسیر حرکت عقربه تندی سنج خودرو روی  $100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  باشد، سرعت لحظه‌ای آن برابر ..... در جهت ..... است.

$$100 \frac{\text{km}}{\text{h}} - \text{شمال}$$

۲ ➡ سرعت متوسط **کمیتی برداری** است و یکای آن در SI، متر بر ثانیه است.

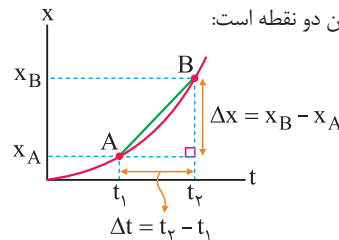
۳ ➡ اگر متحرک بر روی محور x حرکت کند، جابه‌جایی آن برابر  $\vec{d} = (\Delta x) \vec{i}$  است، بنابراین برای محاسبه سرعت متوسط در این حالت، می‌توان از رابطه زیر استفاده کرد:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

در این صورت علامت جبری  $v_{av}$ ، جهت سرعت را نشان می‌دهد. اگر سرعت متوسط متحرک در جهت محور x باشد،  $v_{av}$  مثبت و اگر سرعت متوسط متحرک در خلاف جهت محور x باشد،  $v_{av}$  منفی خواهد بود. در این حالت:

$$\vec{v}_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \vec{i}$$

۴ ➡ شیب خط راستی که دو نقطه از نمودار مکان - زمان یک متحرک را به یکدیگر وصل می‌کند، برابر سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی متناظر با آن دو نقطه است:



$$\text{شیب } AB = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = v_{av}$$

### ۵ تندی متوسط

به نسبت مسافت طی‌شده ( $l$ ) به زمان طی کردن آن مسافت ( $\Delta t$ ) **تندی متوسط** می‌گویند. تندی متوسط را با نماد  $s_{av}$  نشان می‌دهند و برای محاسبه  $s_{av}$  داریم:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t}$$

$$s_{av}: \text{تندی متوسط } (\frac{\text{m}}{\text{s}})$$

$$l: \text{مسافت (m)}$$

$$\Delta t: \text{طول بازه زمانی (s)}$$

پارامترهای جدید

۱ ➡ تندی متوسط **کمیتی نرده‌ای** است و یکای آن در SI، متر بر ثانیه است.

## شتاب متوسط و شتاب لحظه‌ای

شتاب متوسط متحرک در هر بازه زمانی دلخواه  $(t_1, t_2)$ ، به صورت رابطه زیر تعریف می‌شود که در آن  $\vec{v}_1$  سرعت متحرک در لحظه  $t_1$  و  $\vec{v}_2$  سرعت متحرک در لحظه  $t_2$  است.

$$\vec{a}_{av} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

$$\vec{a}_{av} : \text{بردار شتاب متوسط } \left(\frac{m}{s^2}\right)$$

$$\Delta \vec{v} : \text{بردار تغییرات سرعت } \left(\frac{m}{s}\right)$$

$$\Delta t : \text{طول بازه زمانی (s)}$$

پارامترهای  
جدید

پژوی ۲۰۶، حدوداً در زمان ۱۴ ثانیه از سرعت صفر به  $100 \frac{km}{h}$  می‌رسد و BMW سری ۶، حدوداً در طی ۵ ثانیه از سرعت صفر به  $100 \frac{km}{h}$  می‌رسد. این موضوع به چه معناست؟

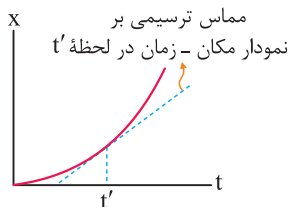


این موضوع یعنی سرعت BMW، سریع‌تر از پژوی ۲۰۶ تغییر می‌کند و شتاب متوسط صفر تا صد آن خیلی بیش‌تر است. (گفتیم همین اول کار به حسی نسبت به مفهوم شتاب بگیری، شتاب یعنی آهنگ تغییر سرعت.)

تأکید

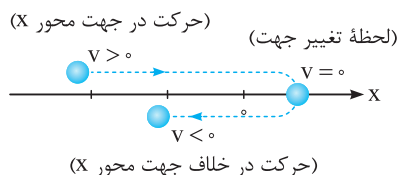
۱ در حرکت روی محور X، هرگاه سرعت لحظه‌ای متحرک مثبت باشد، متحرک در جهت محور X حرکت می‌کند و هرگاه منفی باشد، متحرک در خلاف جهت محور X حرکت می‌کند.

۲ در حرکت بر روی خط راست، سرعت در هر لحظه دلخواه  $t'$ ، برابر شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در آن لحظه است:

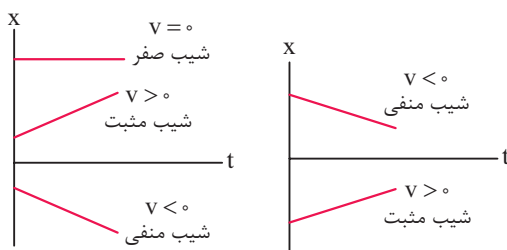


شیب خط مماس بر نمودار در آن لحظه  $v =$  لحظه‌ای

۳ در حرکت بر روی خط راست، در لحظه‌ای که سرعت متحرک صفر شده و علامت سرعت عوضی می‌شود، اصطلاحاً متحرک تغییر جهت می‌دهد.



یه یادآوری داریم برای کل فیزیک دوازدهم، حتماً از ریاضی میدونی آگه باز یاد شدن  $x, t$  هم زیاد بشه و خط بالا بره شیب مثبت، اگر با زیاد شدن  $x, t$  کم بشه و خط پایین بیاد شیب منفیه و در نهایت اگر  $t$  زیاد بشه و  $x$  ثابت بمونه، شیب صفره...



## ۷ تندی لحظه‌ای

تندی متحرک در هر لحظه از زمان را تندی لحظه‌ای می‌نامند.

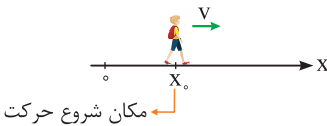
عقربه تندیسنج، تندی لحظه‌ای خودرو را نشان می‌دهد و هیچ اطلاعی از جهت حرکت خودرو به ما نمی‌دهد.

## روابط حرکت با سرعت ثابت



### ۹ معادله مکان - زمان حرکت با سرعت ثابت

در این نوع حرکت، **اندازه و جهت سرعت متحرک** در طول مسیر **ثابت** است و معادله مکان - زمان آن برابر است با:



$$x = vt + x_0$$

$x$ : مکان متحرک در هر لحظه (m)

$v$ : سرعت متحرک ( $\frac{m}{s}$ )

$x_0$ : مکان اولیه متحرک (m)

پارامترهای  
جدید

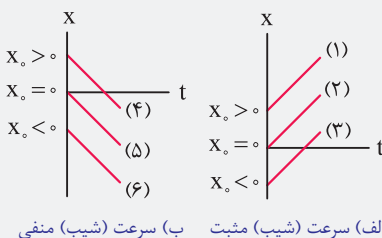
با توجه به ثابت بودن **اندازه و جهت بردار سرعت** در این حرکت، **شتاب لحظه‌ای و شتاب متوسط** متحرک در هر بازه زمانی دلخواه برابر **صفر** است.

برای حالت‌های مختلف  $v$  و  $x_0$  در حرکت با سرعت

ثابت بر روی محور  $x$ ، نمودارهای مکان - زمان و

سرعت - زمان را ترسیم کنید.

با توجه به معادله  $x = vt + x_0$  در حرکت با سرعت ثابت، نمودار به صورت یک **خط راست** با **شیبی برابر سرعت متحرک ( $v$ )** است. در این حرکت با توجه به علامت سرعت ( $v$ ) و مکان اولیه متحرک ( $x_0$ )، نمودار می‌تواند یکی از شکل‌های رسم شده زیر را داشته باشد:



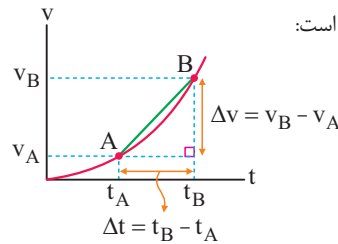
۱ شتاب متوسط ( $\vec{a}_{av}$ )، **کمیتی برداری و هم‌جهت** با بردار **تغییر سرعت ( $\Delta \vec{v}$ )** است.

۲ یکای شتاب متوسط در SI، **متر بر مربع ثانیه** است.

۳ اگر متحرک در یک راستا حرکت کند، رابطه شتاب متوسط را می‌توان بدون علامت بردار به‌کار برد؛ ولی با توجه به ماهیت برداری  $v_1$  و  $v_2$  باید به علامت‌های جبری آن‌ها که نشان‌دهنده جهت آن‌ها می‌باشد، توجه کنیم.

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

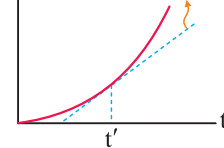
در این رابطه، **مثبت شدن** شتاب متوسط به معنی آن است که بردار شتاب متوسط در **جهت محور  $x$**  است و **منفی شدن** آن، نشان‌دهنده این است که بردار شتاب متوسط در **خلاف جهت محور  $x$**  است. شیب خط راستی که دو نقطه از نمودار سرعت - زمان یک متحرک را به یکدیگر وصل می‌کند، برابر شتاب متوسط متحرک در بازه زمانی متناظر آن است:



$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \text{شیب } AB$$

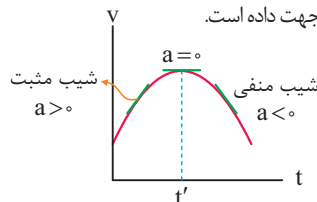
۵ شیب مماس ترسیمی بر نمودار سرعت - زمان در لحظه

$t'$ ، معادل شتاب در لحظه  $t'$  است. مماس بر نمودار سرعت - زمان در لحظه  $t'$



۶ با توجه به مماس‌های رسم شده، در نمودار زیر قبل از لحظه

$t'$ ، شتاب مثبت بوده و پس از آن شتاب منفی می‌باشد و در لحظه  $t'$  بردار شتاب صفر شده و تغییر جهت داده است.



در عمل با حرکت اجسامی که شتاب آن‌ها ثابت یا تقریباً ثابت است زیاد سروکار داریم. **جسمی که روی سطح هموار یک سراسیمگی در حال لغزیدن است، یا جسمی که در حال سقوط است و اثر مقاومت هوا بر آن ناچیز باشد، دارای حرکت با شتاب ثابت‌اند.** هم‌چنین **خودرویی که پس از سبز شدن چراغ، شروع به حرکت می‌کند یا هواپیمایی که روی باند پرواز حرکت می‌کند تا به شرایط لازم برای برخاستن برسد،** مثال‌هایی از حرکت با شتاب تقریباً ثابت‌اند.

### معادله مکان - زمان با شتاب ثابت

فرض کنید متحرکی روی محور  $x$  و از مکان اولیه  $x_0$  با سرعت اولیه  $v_0$  و شتاب ثابت  $a$  شروع به حرکت می‌کند.

معادله مکان - زمان حرکت این متحرک از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

$$a: \text{شتاب } \left(\frac{m}{s^2}\right)$$

$$v_0: \text{سرعت اولیه متحرک } \left(\frac{m}{s}\right)$$

$$x_0: \text{مکان اولیه متحرک } (m)$$

$$x: \text{مکان متحرک در هر لحظه } (m)$$

پارامترهای جدید

جابه‌جایی متحرک در  $t$  ثانیه اول حرکت از رابطه

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$$

نمودار مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت در حالت

کلی به چه صورت است؟

نمودار مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت به شکل یک

سه‌می است و در ادامه به نکات آن می‌پردازیم.

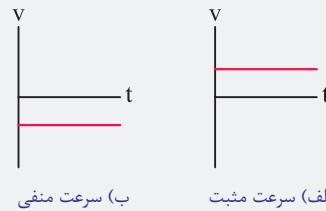
اگر  $a > 0$  باشد، تقعر سه‌می رو به بالا و اگر  $a < 0$

باشد، تقعر سه‌می رو به پایین است.

اگر نمودار از بالای محور  $t$  شروع شود،  $x_0 > 0$  بوده و

اگر از پایین محور  $t$  شروع شود،  $x_0$  منفی است.

از طرفی چون سرعت متحرک ثابت است، نمودار سرعت - زمان به شکل‌های زیر می‌تواند باشد:



### روابط حرکت با شتاب ثابت

#### درک مفهوم شتاب در حرکت با شتاب ثابت

در جدول داده شده، مقادیر سرعت یک اتومبیل در لحظات مختلف حرکت در یک مسیر مستقیم نشان داده شده است. با کمی دقت می‌توان دریافت که در هر ثانیه مقدار سرعت اتومبیل ۲ واحد زیاد شده است، یعنی آهنگ تغییر سرعت  $\left(\frac{\Delta v}{\Delta t}\right)$  که همان تعریف شتاب متوسط است، در تمامی بازه‌های زمانی با طول یک ثانیه، یکسان و مقداری ثابت است.

| زمان | ۰         | ۱s   | ۲s   | ۳s   | ۴s   | ۵s    |
|------|-----------|------|------|------|------|-------|
| سرعت | $v_0 = 0$ | ۲m/s | ۴m/s | ۶m/s | ۸m/s | ۱۰m/s |

در این حرکت، شتاب ثابت و برابر  $\frac{2m}{s^2}$  است. دقت شود که در یک حرکت شتاب ثابت، سرعت ثابت نیست، بلکه تغییرات سرعت در واحد زمان، ثابت است.

$$|a_{av}| = \frac{|\vec{v}_2 - \vec{v}_1|}{t_2 - t_1} = \frac{2 - 0}{1 - 0} = \frac{4 - 2}{2 - 1} = \frac{6 - 4}{3 - 2} = \frac{8 - 6}{4 - 3}$$

$$\Rightarrow a = 2m/s^2$$

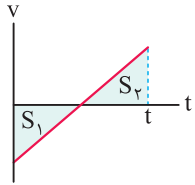
وقتی گفته می‌شود شتاب متحرکی برابر مقدار ثابت  $2m/s^2$

هستش، یعنی سرعت متحرک تو هر ثانیه ۲ واحد عوض

می‌شود...



در بسیاری از موارد، در یک حرکت با شتاب ثابت، مسافت طی شده و یا جابه‌جایی متحرک در یک بازه زمانی مشخص پرسیده می‌شود. در این‌گونه از مسائل، بهترین روش ترسیم نمودار سرعت - زمان و کمک گرفتن از مساحت محصور بین نمودار و محور افقی است. مثلاً در نمودار زیر برای محاسبه مسافت و جابه‌جایی تا لحظه  $t$  داریم:



$$t \text{ مسافت طی شده تا لحظه } t: l = |S_1| + |S_2|$$

$$t \text{ جابه‌جایی تا لحظه } t: \Delta x = -|S_1| + |S_2|$$

حواست باشد که از روی مسافت و جابه‌جایی، خیلی راحت می‌شه تندی متوسط و سرعت متوسط رو حساب کرد. این سبک سؤال‌الازبیاد میاد که تو قسمت چهارم فصل حسابی روش کار کردیم...

### ۱۳ سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت

سرعت متوسط متحرکی که در مسیر مستقیم با شتاب ثابت حرکت می‌کند، در بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_2$  برابر است با میانگین سرعت متحرک در این دو لحظه، یعنی:

$$v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

$$v_1: \text{سرعت متحرک در لحظه } t_1 \left( \frac{m}{s} \right)$$

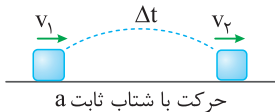
$$v_2: \text{سرعت متحرک در لحظه } t_2 \left( \frac{m}{s} \right)$$

$$v_{av}: \text{سرعت متوسط متحرک در بازه}$$

$$\text{زمانی } t_1 \text{ تا } t_2 \left( \frac{m}{s} \right)$$

پارامترهای جدید

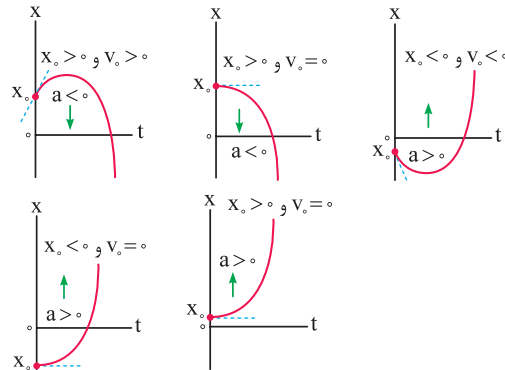
به‌طور کلی در حرکت با شتاب ثابت، سرعت متوسط در بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_2$  برابر میانگین سرعت‌های ابتدا و انتهای آن بازه است که برابر با سرعت متحرک در لحظه  $\frac{t_1 + t_2}{2}$  می‌باشد.



$$v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

حرکت با شتاب ثابت  $a$

اگر شیب مماس ترسیمی در  $t = 0$  مثبت باشد،  $v_0 > 0$  بوده و اگر منفی باشد،  $v_0 < 0$  است:



### ۱۲ معادله سرعت - زمان حرکت با شتاب ثابت

معادله سرعت - زمان متحرکی که بر روی محور  $X$  با شتاب ثابت  $a$  و سرعت اولیه  $v_0$  شروع به حرکت می‌کند، برابر است با:

$$v = at + v_0$$

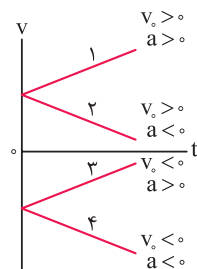
$$a: \text{شتاب} \left( \frac{m}{s^2} \right)$$

$$v_0: \text{سرعت اولیه متحرک} \left( \frac{m}{s} \right)$$

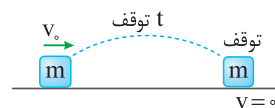
$$v: \text{سرعت متحرک در هر لحظه} \left( \frac{m}{s} \right)$$

پارامترهای جدید

طبق رابطه  $v = at + v_0$ ، نمودار سرعت - زمان در حرکت با شتاب ثابت به‌صورت خطی با شیب  $a$  عرض از مبدأ  $v_0$  است. در شکل مقابل، این نمودار را برای حالت‌های مختلف  $v_0$  و  $a$  ترسیم کرده‌ایم:



هنگامی‌که متحرکی در مسیر مستقیم با تندی  $v_0$  در حال حرکت است و ناگهان با شتاب  $a$  ترمز می‌گیرد، با صفر قرار دادن سرعت، می‌توانیم زمان ترمز تا لحظه توقف را محاسبه کنیم:



$$v = at + v_0 \xrightarrow{v=0} t = \frac{-v_0}{a} \Rightarrow t_{\text{توقف}} = \frac{v_0}{|a|}$$

$$v_B^2 - v_A^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{v_B=0, v_A=v_0} -v_0^2 = 2a\Delta x_{\text{توقف}}$$

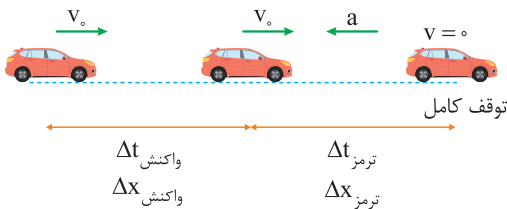
$$\Rightarrow \Delta x_{\text{توقف}} = \frac{-v_0^2}{2a} \Rightarrow \Delta x_{\text{توقف}} = \frac{v_0^2}{|2a|}$$

در برخی از مسائل، مدتی طول می‌کشد تا راننده خودرو بتواند عکس‌العمل نشان دهد و ترمز کند که به این زمان، زمان واکنش راننده می‌گویند. اگر زمان واکنش راننده را هم در نظر بگیریم، حرکت خودرو دارای دو مرحله خواهد بود:

۱ در مدت زمان واکنش، راننده هنوز ترمز نکرده است و خودرو با سرعت ثابت (سرعت قبل از ترمز) حرکت می‌کند.

۲ پس از زمان واکنش، راننده ترمز می‌کند و خودرو با شتاب ثابت متوقف می‌شود.

با توجه به توضیحات داده‌شده، شکل رسم‌شده، چگونگی حرکت خودرو را در هنگام ترمز کردن در واقعیت نشان می‌دهد:



$$\Delta x_{\text{توقف}} = \Delta x_{\text{واکنش}} + \Delta x_{\text{ترمز}} = v_0 \Delta t_{\text{واکنش}} + \frac{v_0^2}{|2a|}$$

$$\Delta t_{\text{توقف}} = \overbrace{\Delta t_{\text{واکنش}} + \Delta t_{\text{ترمز}}}^{\text{زمان واکنش راننده}} = \Delta t_{\text{واکنش}} + \frac{v_0}{|a|}$$

خواست باشد که آگه خواستی از این دو تا فرمول تو امتحان نهایی استفاده کنی، حتماً حتماً اول باید اثباتشون بکنی، چون طراح براشون بارم در نظر می‌گیره...



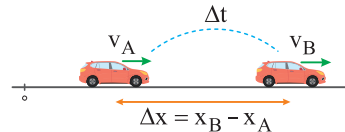
در حرکت با شتاب ثابت، معادله بسیار پرکاربرد مستقل از شتاب به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} \Rightarrow \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

$$\Rightarrow \Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t$$

### ۱۴ معادله سرعت - جابه‌جایی (مستقل از زمان)

در حرکت متحرک با شتاب ثابت بر روی خط راست، اگر سرعت متحرک در ابتدا و انتهای یک جابه‌جایی به ترتیب  $v_A$  و  $v_B$  باشد، معادله سرعت - جابه‌جایی عبارت است از:

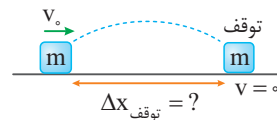


$$v_B^2 - v_A^2 = 2a(x_B - x_A) = 2a\Delta x$$

$a$ : شتاب  $(\frac{m}{s^2})$   
 $\Delta x$ : جابه‌جایی متحرک (m)  
 $v_A$ : سرعت ابتدایی متحرک  $(\frac{m}{s})$   
 $v_B$ : سرعت نهایی متحرک  $(\frac{m}{s})$

پارامترهای  
جدید

هنگامی که متحرک در حرکت بر خط راست با شتاب ثابت  $a$  ترمز می‌گیرد، با صفر قرار دادن سرعت نهایی ( $v_B = 0$ )، مسافت ترمز آن به دست می‌آید:



### یادداشت:

## مفاهیم

مرور حرفه‌ای مفاهیم  
مورد استفاده  
در این فصل

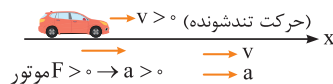
تا این‌جای کار به گشت خیلی خوب و مفهومی توی فرمولای این فصل داشتیم. حالا تو بخش دوم فصل می‌خوایم بریم سراغ عبارتهای مهم کتاب درسی و به سری تکنیک کاربردی تو معادله‌ها و نمودارها، که سؤالات بسیار زیادی از شون تو امتحان نهایی مطرح میشه و به جورایی قصد داریم خیلی حرفه‌ای خیال شما رو از بابت این موضوعات راحت کنیم. راستی خیلی خیلی حواستون به عبارت‌های رنگی داخل متن باشه ...

## ۱ حرکت کندشونده یا تندشونده چگونه شناسایی می‌شود؟

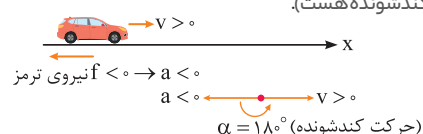
حرکت تندشونده، حرکتی است که **تندی متحرک** (اندازه سرعت) در آن **افزایش** می‌یابد. همچنین اگر **تندی متحرک** (اندازه سرعت) در حال **کاهش** باشد، حرکت متحرک کندشونده است.

اگر در حرکتی بردارهای **سرعت** و **شتاب** با یکدیگر **هم‌جهت** باشند، **تندی متحرک** ( $|v|$ ) دائماً در حال **افزایش** بوده و حرکت متحرک **تندشونده** می‌باشد. همچنین اگر بردارهای سرعت و شتاب **در خلاف جهت یکدیگر** باشند، **تندی متحرک**  $|v|$  دائماً در حال **کاهش** بوده و حرکت متحرک **کندشونده** است.

مطابق شکل اتومبیلی را در نظر بگیرید که در آن راننده پدال گاز را فشار داده است. در این حرکت، نیروی موتور **تندی** ماشین را افزایش می‌دهد، بنابراین علامت‌های  $v$  و  $a$  یکسان و حرکت **تندشونده** است (هر وقت اتومبیل از حال سکون گازمیده، تندتر میره و حرکت تندشونده هست).

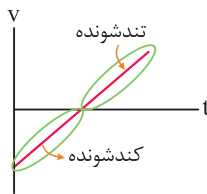


در شکل رسم‌شده، اتومبیلی را می‌بینید که راننده آن پدال ترمز را فشار داده است. در این حالت، نیروی ترمز **تندی** حرکت را کاهش می‌دهد، بنابراین اگرچه بردار سرعت در جهت محور  $x$  می‌باشد اما شتاب آن در خلاف جهت محور  $x$  بوده و این حرکت **کندشونده** است (هر وقت اتومبیل ترمز بکنه و در نهایت حرکتش کند بشه تا متوقف بشه، حرکت کندشونده هست).



اگر **شتاب** و **سرعت** در یک بازه زمانی **هم‌جهت** (هم‌علامت) باشند، حرکت **تندشونده** است و اگر در **خلاف جهت** هم (مختلف‌العلامت) باشند، حرکت **کندشونده** است.

به عنوان یک دستورالعمل کلی در نمودار **سرعت - زمان**، هرگاه نمودار از محور افقی **دور** شود، **تندی** افزایش می‌یابد و حرکت **تندشونده** است و هرگاه نمودار به محور افقی **نزدیک** شود، **تندی** کاهش می‌یابد و حرکت **کندشونده** است.



## ۲ ویژگی‌های معادله مکان - زمان در حالت کلی چیست؟

فرض کنید معادله مکان - زمان متحرکی به صورت  $x = 2t^2 - 12t + 16$  باشد. در ادامه می‌خواهیم ببینیم از این معادله چه نتایجی به دست می‌آید:

**الف مکان در هر لحظه:** با جای‌گذاری زمان‌های مختلف در معادله مکان - زمان، می‌توان مکان متحرک را در هر لحظه به دست آورد:

$$\begin{cases} t = 0 \Rightarrow x_0 = 0 - 0 + 16 = 16\text{m} \\ t = 3\text{s} \Rightarrow x_3 = 2 \times 3^2 - 12 \times 3 + 16 = -2\text{m} \end{cases}$$

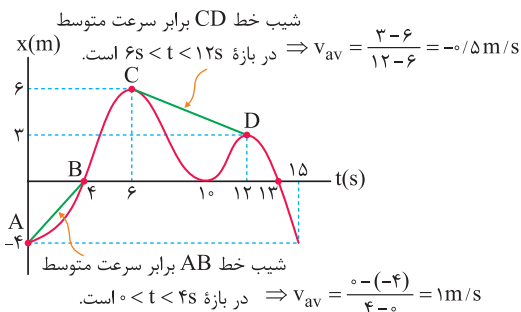
**ب جابجایی در یک بازه زمانی:** با محاسبه تفاضل مکان ابتدایی بازه از مکان انتهایی، می‌توان جابجایی را محاسبه کرد:

$$\Delta x = x_3 - x_0 = -2 - 16 = -18\text{m} \quad \text{بازه زمانی صفر تا } 3\text{s}$$

**پ سرعت متوسط:** با تقسیم جابجایی به مدت زمان انجام آن، سرعت متوسط متحرک به دست می‌آید:

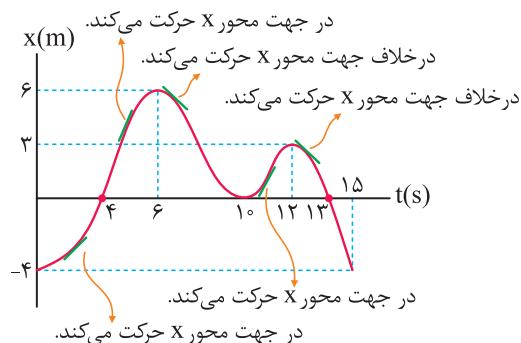
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-18}{3} = -6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{بازه صفر تا } 3\text{s}$$

به عنوان مثال در دو بازه زمانی نشان داده شده در شکل زیر داریم:



**ت سرعت لحظه‌ای:** اگر در هر لحظه، خط مماس بر نمودار مکان - زمان را رسم کنیم، شیب این خط برابر سرعت در آن لحظه است.

**ث تعیین جهت حرکت:** هرگاه سرعت مثبت باشد (شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان مثبت باشد)، متحرک در جهت محور X حرکت می‌کند و هرگاه سرعت منفی باشد (شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان منفی باشد)، متحرک در خلاف جهت محور X حرکت می‌کند. جهت حرکت برای لحظات مختلف در نمودار شکل زیر نشان داده شده است:



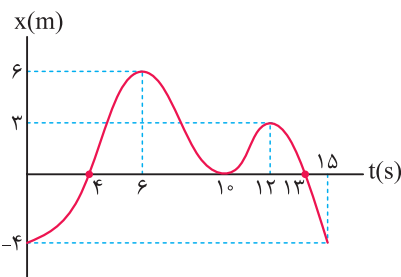
**ج تعیین لحظات تغییر جهت (دور زدن):** هرگاه شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان صفر شود (سرعت صفر شود) و علامت شیب خط مماس بر نمودار در دو طرف آن مخالف یکدیگر باشد، جهت حرکت تغییر کرده است. مثلاً در نمودار رسم‌شده، در لحظات  $t = 6s$ ،  $t = 10s$  و  $t = 12s$ ، مماس بر نمودار مکان - زمان افقی بوده و جهت حرکت متحرک تغییر کرده است.

تغییر جهت حرکت رو یا تغییر جهت بردار مکان اشتباه‌انگیرید...

اگر معادله مکان - زمان فرم ساده‌ای داشته باشد که بتوانیم آن را رسم کنیم، با کمک نمودار مکان - زمان رسم‌شده می‌توان مواردی مثل جابه‌جایی، مسافت طی‌شده، سرعت و تندی متوسط، سرعت لحظه‌ای، جهت حرکت، لحظات تغییر جهت، تندشونده یا کندشونده بودن حرکت و جهت شتاب را نیز بررسی کرد. در قسمت مربوط به بررسی نمودار مکان - زمان در ادامه کار، این موارد را بررسی کرده‌ایم.

### از نمودار مکان - زمان چه اطلاعاتی به دست می‌آید؟

فرض کنید نمودار مکان - زمان یک متحرک به شکل زیر داده شده است. می‌خواهیم ببینیم از این نمودار، چه مواردی قابل فهم است؟



**الف مکان متحرک و بردار مکان آن در لحظات مختلف:** با توجه به نمودار رسم شده، می‌توان فهمید که در هر لحظه، متحرک در چه مکانی قرار دارد. به عنوان مثال در لحظات زیر داریم:

$$t_0 = 0 \Rightarrow x_0 = -4 \text{ m} \Rightarrow \vec{r}_0 = -4 \hat{i}$$

$$t_1 = 4 \text{ s} \Rightarrow x_1 = 0 \Rightarrow \vec{r}_1 = 0$$

$$t_2 = 6 \text{ s} \Rightarrow x_2 = 6 \text{ m} \Rightarrow \vec{r}_2 = 6 \hat{i}$$

توی لحظات  $t = 4 \text{ s}$  و  $t = 12 \text{ s}$  که نمودار محور افقی رو قطع کرده و علامت x عوض شده، بردار مکان متحرک تغییر جهت داده...

**ب جابه‌جایی متحرک:** با داشتن مکان ابتدا و انتهای یک بازه زمانی، جابه‌جایی از رابطه  $\Delta x = x_2 - x_1$  به راحتی قابل محاسبه است. به عنوان مثال در دو بازه زمانی زیر داریم:

$$\Delta x = 0 - (-4) = 4 \text{ m} \quad \text{بازه صفر تا } 4 \text{ s}$$

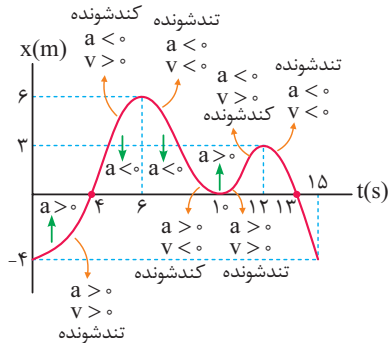
$$\Delta x = -4 - (-4) = 0 \quad \text{بازه صفر تا } 15 \text{ s}$$

**پ سرعت متوسط:** به طور کلی در نمودار مکان - زمان، اگر ابتدای یک بازه زمانی را به انتهای آن وصل کنیم، شیب این خط برابر سرعت متوسط است.

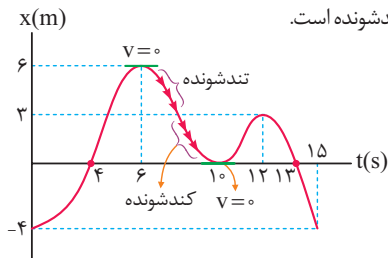
دقت شود در محل‌هایی که تقعر یا گودی عوض می‌شود، عملاً شتاب حرکت صفر شده است.

حرکت تندشونده است.  $\Rightarrow$  اگر  $a$  و  $v$  هم‌علامت باشند.

حرکت کندشونده است.  $\Rightarrow$  اگر  $a$  و  $v$  مختلف‌العلامت باشند.



به عنوان یک راه‌حل مفهومی و ساده‌تر و بدون تحلیل علامت‌های  $a$  و  $v$ ، هرگاه به محل  $v=0$  نزدیک می‌شویم مشابه حالتی است که اتومبیل در حال ترمز کردن است و حرکت کندشونده می‌باشد و هرگاه در حال دور شدن از محل  $v=0$  بودیم، مشابه حالتی است که اتومبیل گاز می‌دهد و حرکت تندشونده است. با توجه به این موضوع در بازه زمانی  $0 \leq t \leq 6$  s ابتدا از محل  $v=0$  دور می‌شویم و حرکت کندشونده است و سپس به محل  $v=0$  نزدیک می‌شویم و حرکت تندشونده است.



## ۴ ویژگی‌های معادله سرعت - زمان در حالت کلی چیست؟

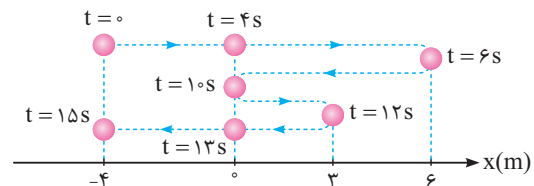
فرض کنید معادله سرعت - زمان متحرکی به صورت  $v = t^2 - 4$  باشد. می‌خواهیم ببینیم از این معادله چه نتایجی به دست می‌آید.

**الف سرعت در هر لحظه:** با جای‌گذاری زمان‌های مختلف، می‌توان سرعت و تندی حرکت (همون قدر مطلق سرعت) را در آن زمان‌ها محاسبه کرد، مثلاً در لحظات صفر و ۵ ثانیه داریم:

$$t_1 = 0 \Rightarrow v_1 = 0 - 4 = -4 \frac{m}{s} \xrightarrow{\text{تندی متحرک}} 4 \frac{m}{s}$$

$$t_2 = 5s \Rightarrow v_2 = 5^2 - 4 = 21 \frac{m}{s} \xrightarrow{\text{تندی متحرک}} 21 \frac{m}{s}$$

**ج مسافت طی‌شده:** کافی است مسیر حرکت متحرک را با توجه به شکل زیر که از روی نمودار مکان - زمان ترسیم‌شده، دنبال کنیم تا بفهمیم طول واقعی مسیر طی‌شده چند متر است. مثلاً در نمودار رسم‌شده، متحرک در بازه زمانی صفر تا ۶s، ابتدا ۱۰m در جهت محور X حرکت کرده (از  $x = -4m$  به  $x = +6m$  رفته است)، سپس در لحظه  $t = 6s$  دور زده و تا  $t = 10s$  در خلاف جهت محور X حرکت می‌کند (از  $x = +6m$  به  $x = 0$  رفته است)، سپس دوباره در  $t = 10s$  دور می‌زند و تا  $t = 12s$ ، به اندازه ۳m در جهت محور X حرکت می‌کند (از  $x = 0$  به  $x = +3m$  رفته است) و پس از دور زدن در لحظه  $t = 12s$ ، ۷m در خلاف جهت محور X حرکت می‌کند تا در نهایت در لحظه  $t = 15s$ ، به مکان  $x = -4m$  برسد.



(شکل کلی مسیر حرکت)

$$l = 10 + 6 + 3 + 7 = 26m$$

**ح تندی متوسط:** با محاسبه کردن مسافت طی‌شده با توجه به قسمت قبل، محاسبه تندی متوسط با استفاده از رابطه  $s_{av} = \frac{l}{\Delta t}$  کار بسیار ساده‌ای است. به عنوان مثال تندی متوسط متحرک در مدت زمان ۱۵s برابر است با:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{l=26m}{\Delta t=15s} \rightarrow s_{av} = \frac{26}{15} \frac{m}{s}$$

**خ تعیین علامت شتاب:** اگر تقعر نمودار مکان - زمان رو به بالا (∪) باشد، شتاب حرکت مثبت است و اگر تقعر نمودار مکان - زمان رو به پایین (∩) باشد، شتاب حرکت منفی است. به عنوان مثال از  $t = 0$  تا  $t = 6s$ ، تقعر به سمت بالا بوده، بنابراین در این بازه زمانی  $a > 0$  است.

**د تعیین نوع حرکت:** با مقایسه علامت کمیت‌های سرعت و شتاب در هر لحظه، می‌توانیم نوع حرکت را مشخص کنیم (در نمودار مکان - زمان، علامت سرعت در هر لحظه را با کمک شیب مماس بر نمودار در آن لحظه و علامت شتاب را به کمک جهت تقعر نمودار به دست می‌آوریم،

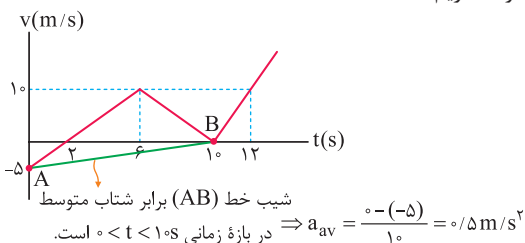
**الف سرعت در هر لحظه:** سرعت در لحظات مختلف، از مقادیر روی محور قائم نمودار مشخص است، به عنوان مثال در لحظات مختلف داریم:

$$t = 0 \Rightarrow v = -5 \frac{m}{s}$$

$$t = 2s \Rightarrow v = 0$$

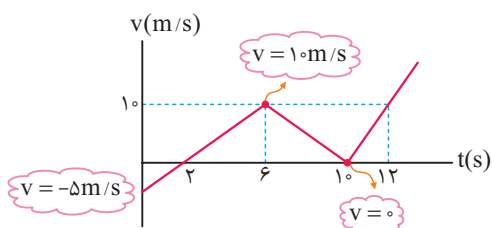
$$t = 6s \Rightarrow v = 10 \frac{m}{s}$$

**ب شتاب متوسط:** اگر دو نقطه از نمودار سرعت - زمان را با خط راست به هم وصل کنیم، شیب خط وصل، برابر شتاب متوسط در بازه زمانی متناظر با آن نقاط است. به عنوان مثال در ۱۰ ثانیه اول حرکت داریم:



**پ شتاب لحظه‌ای:** شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان در هر لحظه برابر شتاب در آن لحظه است.

به عنوان مثال در این حرکت، از صفر تا ۶s شیب نمودار سرعت - زمان ثابت بوده و شتاب متحرک در هر لحظه برابر شتاب متوسط در طول این بازه زمانی است، پس:



$$a = a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{10 - (-5)}{6 - 0} = 2.5 \frac{m}{s^2}$$

همچنین از ۶s تا ۱۰s نیز شتاب ثابت و منفی بوده و برابر است با:

$$a = a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{0 - (10)}{10 - 6} = -2.5 \frac{m}{s^2}$$

**ب شتاب متوسط:** با محاسبه سرعت ابتدا و انتهای یک بازه زمانی، می‌توان شتاب متوسط متحرک در آن بازه زمانی را با کمک رابطه  $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$  محاسبه کرد. مثلاً در ۵ ثانیه اول حرکت داریم:

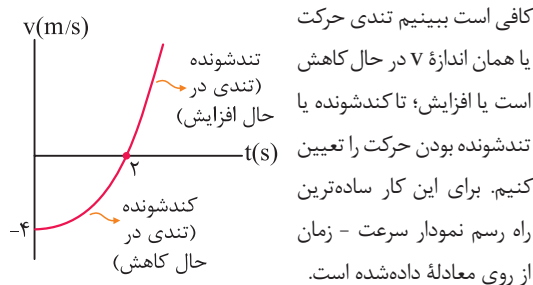
$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{21 - (-4)}{5 - 0} = 5 \frac{m}{s^2}$$

**پ تعیین جهت حرکت و لحظات تغییر جهت:** برای این منظور کافی است معادله سرعت - زمان را تعیین علامت کنیم:

| t | 0  | 2 | ∞ |
|---|----|---|---|
| v | -4 | 0 | + |

به عنوان مثال برای متحرک موردنظر، در ۲ ثانیه ابتدایی، سرعت منفی است و متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند. در لحظه  $t = 2s$  سرعت صفر شده و متحرک تغییر جهت می‌دهد و از این لحظه به بعد سرعت مثبت است و متحرک در جهت محور x حرکت می‌کند.

**ت تعیین نوع حرکت:** حرکت تندشونده یعنی تندی حرکت در حال افزایش (عین گاز دادن ماشین) و حرکت کندشونده یعنی تندی حرکت در حال کاهش (عین ترمز کردن ماشین)...

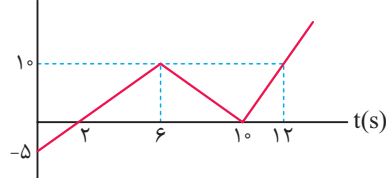


در حالت خاص، اگر معادله سرعت - زمان درجه یک باشد، یعنی مربوط به حرکت با شتاب ثابت باشد، می‌توان با رسم آن و محاسبه مساحت زیر نمودار، جابه‌جایی و مسافت طی شده را نیز به‌دست آورد و سپس با کمک جابه‌جایی و مسافت، می‌توان سرعت متوسط و تندی متوسط را نیز محاسبه کرد.

**۵ از نمودار سرعت - زمان چه اطلاعاتی به دست می‌آید؟**

فرض کنید نمودار سرعت - زمان به شکل زیر داده شده است. می‌خواهیم

ببینیم از این نمودار چه مواردی قابل فهم است؟



**ج سرعت متوسط:** با تقسیم جابه‌جایی بر زمان، به راحتی می‌توان سرعت متوسط را محاسبه کرد. به عنوان مثال در نمودار سرعت - زمان نشان داده شده، سرعت متوسط در طول ۱۲ ثانیه اول حرکت برابر است با:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{45}{12} = \frac{15}{4} = 3.75 \frac{m}{s}$$

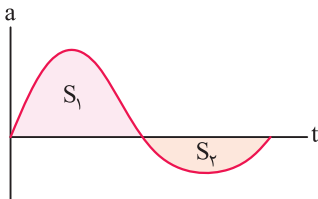
**ح تندى متوسط:** با تقسیم مسافت طی‌شده بر مدت زمان حرکت، تندى متوسط قابل محاسبه است.

$$s_{av} = \frac{1}{\Delta t} = \frac{55}{12} \frac{m}{s}$$

## ۴ از نمودار شتاب - زمان چه اطلاعاتی به دست می‌آید؟

**الف تغییرات سرعت:** ثابت می‌شود که مساحت زیر نمودار شتاب - زمان برابر تغییرات سرعت است. دقت کنید در اینجا هم هرگاه نمودار زیر محور افقی باشد، مساحت محصور را منفی در نظر می‌گیریم.

**ب شتاب متوسط:** کافی است تغییرات سرعت را مطابق (الف) به دست آوریم و بر مدت زمان انجام این تغییرات تقسیم کنیم تا طبق رابطه  $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ ، به راحتی شتاب متوسط محاسبه شود.

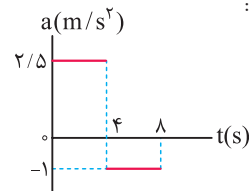


$$\Delta v = |S_1| - |S_2|$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a_{av} = \frac{|S_1| - |S_2|}{\Delta t}$$

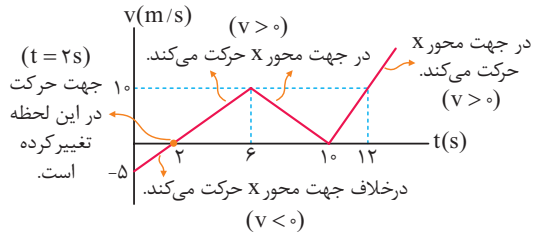
## ۷ از نمودار شتاب - زمان حرکت‌های چند مرحله‌ای چه اطلاعاتی استخراج می‌شود؟

فرض کنید نمودار شتاب - زمان حرکت متحرکی که در دو مرحله و با دو شتاب مختلف از مبدأ مختصات و از حال سکون شروع به حرکت کرده است، مطابق شکل زیر می‌باشد:



## ت تعیین جهت حرکت و لحظات تغییر جهت: هرگاه سرعت مثبت

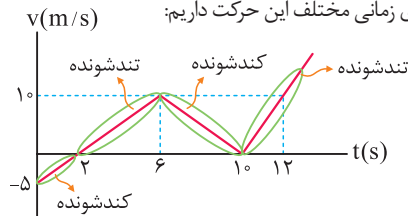
باشد (نمودار سرعت - زمان، بالای محور افقی باشد)، متحرک در جهت محور X حرکت می‌کند و هرگاه سرعت منفی باشد (نمودار سرعت - زمان، زیر محور افقی باشد)، متحرک در خلاف جهت محور X حرکت می‌کند. همچنین هنگامی که نمودار، محور افقی را قطع می‌کند و از آن می‌گذرد (علامت سرعت عوض می‌شود)، جهت حرکت تغییر کرده است.



در لحظه  $t=10s$ ، سرعت صفر می‌شود و متأسفانه علامت‌اون تغییر نمی‌کند، پس دقت کن که متحرک در این لحظه تغییر جهت ندهد...

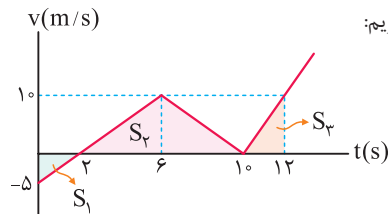
## ث تعیین نوع حرکت: هرگاه نمودار سرعت - زمان به محور افقی

نزدیک شود، تندى ( $|v|$ ) کاهش یافته و حرکت کندشونده است و هرگاه از آن دور شود، تندى ( $|v|$ ) افزایش یافته و حرکت تندشونده است و در بازه‌های زمانی مختلف این حرکت داریم:



## ج جابه‌جایی و مسافت طی‌شده: ثابت می‌شود که مساحت زیر

نمودار سرعت - زمان با در نظر گرفتن علامت، برابر جابه‌جایی و بدون در نظر گرفتن علامت، برابر مسافت طی‌شده است. این موضوع یعنی برای محاسبه مسافت طی‌شده مساحت‌ها را با علامت مثبت در نظر گرفته و برای محاسبه جابه‌جایی، مساحت قسمت‌هایی که زیر محور افقی هستند را منفی در نظر می‌گیریم. مثلاً در مدت زمان ۱۲ ثانیه نشان داده شده داریم:



$$\Delta x = -|S_1| + |S_2| + |S_3| = -5 + 40 + 10 = 45 m$$

$$l = |S_1| + |S_2| + |S_3| = 5 + 40 + 10 = 55 m$$

**ث محاسبه مقادیر سرعت متوسط و تندی متوسط:** با محاسبه جابه‌جایی و مسافت طی‌شده، به سادگی سرعت متوسط و تندی متوسط متحرک محاسبه می‌شود:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{52}{8} = 6.5 \frac{m}{s}$$

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{52}{8} = 6.5 \frac{m}{s}$$

**ج محاسبه مکان متحرک در لحظات مختلف:** با کمک مساحت زیر نمودار سرعت - زمان و با توجه به این‌که  $x_0 = 0$  است (حرکت از مبدأ آغاز شده است)، به سادگی می‌توان مکان متحرک را در لحظات مختلف حرکت تعیین کرد:

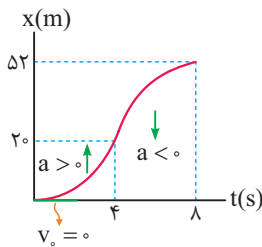
$$4s \text{ تا } 8s: \Delta x = S_1 = 20m \Rightarrow x_{4s} - x_0 = 20m$$

$$\Rightarrow x_{4s} - 0 = 20m \Rightarrow x_{4s} = 20m$$

$$8s \text{ تا } 4s: \Delta x = S_2 \Rightarrow x_{8s} - x_{4s} = 32m$$

$$\Rightarrow x_{8s} - 20 = 32 \Rightarrow x_{8s} = 52m$$

با این اطلاعات نمودار مکان - زمان نیز به راحتی ترسیم می‌شود:



**ج تعیین سرعت متوسط در حالت خاص:** اگر بخواهیم سرعت

متوسط را برای بازه‌ای به‌دست آوریم که در آن بازه شتاب ثابت است، به راحتی می‌توان از میانگین سرعت‌ها استفاده کرد، به عنوان مثال داریم:

$$4s \text{ تا } 8s: \text{ سرعت متوسط از صفر تا } 4s: v_{av} = \frac{10+0}{2} = 5 \frac{m}{s}$$

$$8s \text{ تا } 4s: \text{ سرعت متوسط از } 4s \text{ تا } 8s: v_{av} = \frac{10+6}{2} = 8 \frac{m}{s}$$

دقت کنید که سرعت متوسط از صفر تا ۸s برابر  $\frac{0+6}{2}$  نیست، چون شتاب توکل این بازه ثابت نیست.



از این نمودار که از موضوعات بسیار پرتکرار در امتحانات نهایی می‌باشد، می‌توان به موارد زیر رسید:

**الف محاسبه سرعت در لحظات مختلف:** با استفاده از معادله سرعت - زمان، سرعت متحرک در لحظه  $t = 4s$  را به‌دست می‌آوریم. متحرک از حال سکون شروع به حرکت می‌کند؛ پس  $v_0 = 0$  است و داریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = (2/5)t$$

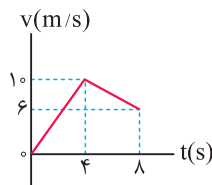
$$\Rightarrow v_{(t=4s)} = (2/5) \times (4) = 1.6m/s$$

از طرفی برای محاسبه سرعت در  $t = 8s$ ، می‌توان فرض کرد متحرک با سرعت  $v = 10m/s$  (سرعت در لحظه  $t = 4s$ ) شروع به حرکت کرده و به اندازه چهار ثانیه (یعنی  $t' = 8 - 4 = 4s$ ) با شتاب  $a = -1m/s^2$  حرکت کرده است. با این ایده سرعت متحرک در  $t = 8s$  برابر است با:

$$v' = a t' + v_0 = -1 \times 4 + 10 = 6m/s$$

طول بازه از ۴s تا ۸s

**ب ترسیم نمودار سرعت - زمان:** برای رسم نمودار سرعت - زمان، با توجه به محاسبات سرعت‌ها در قسمت (الف)، به سادگی شکل مقابل ترسیم می‌شود:



**پ تعیین نوع حرکت:** از نمودار سرعت - زمان ترسیم شده و با توجه به دور شدن و نزدیک شدن نمودار به محور افقی، مشخص است که حرکت متحرک ابتدا تندشونده (از صفر تا ۴s) و سپس کندشونده (از ۴s تا ۸s) است.

**ت محاسبه مقادیر جابه‌جایی و مسافت طی‌شده:** پس از ترسیم نمودار سرعت - زمان، به سادگی از روی مساحت بین نمودار سرعت - زمان و محور افقی، می‌توان مقادیر جابه‌جایی و مسافت طی‌شده را به‌دست آورد.

$$S_1 = \frac{4 \times 10}{2} = 20m$$

$$S_2 = \frac{(10+6) \times 4}{2} = 32m$$

$$\Delta x = S_1 + S_2 = 20m + 32m = 52m$$

دقت شود که چون متحرک تغییر جهت نداده است، مسافت طی‌شده نیز همین مقدار است.