

مقدمه ناشر

آقای لئوناردو فیبوناچی یه ریاضی‌دان قرون وسطائیه. وقتی بچه بود «بیگالونه» صداش می‌کردن (بیگالونه یعنی کله‌پوک و احمق). همین جناب بیگالونه، شد ریاضی‌دان بزرگ و یک دنباله کشف کرد که ما الان بهش می‌گیم دنباله فیبوناچی:

۱, ۱, ۲, ۳, ۵, ۸, ۱۳, ...

در این دنباله، جمع هر دو جمله متوالی می‌شه جمله بعدی و دیگه این‌که به غیر از چندتا جمله اول، نسبت جمله n ام به جمله $n-1$ ام با تقریب خوبی برابر با $\Phi = 1/62$ می‌شه. این نسبت معروف به «تناسب الهی» یا «تناسب طلاییه». حُب همه اینا درست! آخرش که چی؟ جالبی داستان اینه که، دنباله آقای بیگالونه و نسبت طلایش یکی از گدها و رمزهای طبیعته. مثلاً در موجودات زنده رشد سریع‌تر بافت‌های داخلی نسبت به بافت‌های خارجی باعث شکل‌گرفتن انحناها و پیچ‌وتاب‌هایی می‌شه که منطبق با تناسب طلاییه: تراشه‌های چوب درخت چنار، میوه کاج، چنگال‌های گربه‌سانان، حلزون گوش میانی، دندان‌های نیش ببر و حتی انحنای ظریف و شاعرانه لب معشوق!

فکر کنم این جمله از گالیله‌ست که: «قوانین طبیعت به زبان ریاضی نوشته شده» حتی نسبت طول به عرض منحنی‌های سینوسی مولکول‌های RNA و DNA هم برابر نسبت طلاییه؛ یعنی ما چه بخوایم چه نخوایم ریاضی تو وجودمونه، فقط باید بیگالونه باشیم و کشف کنیم. حتماً خوندن این کتاب ریاضی‌دان درون شما رو بیدار می‌کنه.

بی‌هیچ ترتیب و آدابی از رفقای خوبم سروش، کوروش و رسول ممنونم واقعاً که کتاب خوبی نوشتین و مطمئنم هر کی بخونه کیف می‌کنه.

مرسی از همه دوستای خیلی‌سبزی که برای کتاب‌شدن این کتاب زحمت کشیدن به ویژه آقایان محسن فراهانی و کیوان صارمی عزیز و مسئول پروژه خستگی‌ناپذیر این کتاب یگانه فلاحی که زحمت از صفر تا صد این پروژه روی دوششون بود و سپاس از برویجه‌های تولید و ویراستارای خوبمون.

شاد باشید و خوشحال درس بخونید.

مقدمه مؤلف

سلام

به کلاس دهم و متوسطه دوم خوش آمدید.

سه سال دیگر باید در دبیرستان درس بخوانید تا برای چالش‌های بزرگ‌تر و جذاب‌تر زندگی آماده‌تر شوید. ریاضیات سال دهم یا همان ریاضی (۱)، کتاب خیلی مهمی است و شما هم که به چیزهای مهم علاقه‌مندید و قرار است با کتاب تست ریاضی دهم خیلی سبز، ریاضی‌تان را قوی‌تر کنید. هر چه قدر که در سال‌های دهم و یازدهم درس بخوانید، تست بزنید و زحمت بکشید جای دوری نمی‌رود؛ این سال‌ها مثل پس‌انداز هستند.

کتاب دهم هفت فصل دارد: در فصل اول سه مطلب جدا از هم به نام‌های مجموعه، الگو و دنباله دارید. با مجموعه از دوره متوسطه اول آشنا هستید، الگو و دنباله مطالب جدید و نسبتاً ساده‌ای هستند. کل مطالب این فصل در همین سال به پایان می‌رسد و سال‌های بعد کاری با آن‌ها ندارید.

در فصل دوم با مطلب جدیدی به نام مثلثات آشنا می‌شوید که بسیار مهم است و در سال یازدهم و دوازدهم نیز حضور دارد. مثلثات را با علاقه و آینده‌نگری، خوووووب یاد بگیرید.

در فصل سوم مفاهیم توان و ریشه را از سال نهم می‌شناسید. با اتحادها هم یک آشنایی مختصر دارید که امسال تکمیل می‌شود. آخر این فصل، تجزیه و عبارت‌های گویا منتظران هستند.

فصل چهارم مهم است، خیلی مهم! معادله درجه دوم و نمودار سهمی و تعیین علامت و نامعادله، در سال‌های بعد و مبحث‌های دیگر هم به کارتان می‌آید. این فصل را هم با عشق بخوانید و خیلی تمرین حل کنید. مروری.

در فصل پنجم صحبت از مفهوم تابع است. تابع در سال یازدهم و دوازدهم هم هست و هر سال کامل‌تر و مهم‌تر می‌شود. توصیه می‌کنیم از همین اول کار با تابع دوست شوید.

در فصل‌های ششم و هفتم، فضای درس کمی عوض می‌شود. بحث شمارش و احتمال شبیه هم هستند. صحبت از سکه، تاس، انتخاب، چیدن افراد، اشیا، عددسازی، کلمه‌سازی و این‌ها است. یادتان هست که در سال‌های هفتم و هشتم، احتمال داشتید و در اینجا همان مطالب را دوره می‌کنید و بیشتر یاد می‌گیرید. این فصل مهم، مثل تابع و مثلثات، احتمال هم در سال‌های یازدهم و دوازدهم مهمان شما است. میزبان خوبی باشید!

آخر فصل هفتم، کتاب درسی چند صفحه از آمار و انواع متغیرها گفته است که ادامه‌اش را در سال یازدهم می‌بینید.

اگر داوطلب رشته ریاضی هستید که باید ریاضی را عاشقانه بخوانید. اگر تجربی هستید هم از الان خبر داشته باشید که کسب نمرات بالا در ریاضی امتحان نهایی و کنکور، برای رسیدن به اهدافتان خیلی خیلی مفید است. پس همه با صدای بلند: ریاضی را می‌خوانیم و تمرین می‌کنیم و تست می‌زنیم. ساختار این کتاب به ترتیب درس‌نامه، تست و پاسخ است. در درس‌نامه مثال‌های کافی شما را گرم می‌کنند تا برای حل تست‌ها آماده بشوید. در تست‌ها از موشکافی کامل کتاب درسی شروع کرده‌ایم و تا بالاترین سطح ممکن پیش رفته‌ایم.

مژگان کنکورهای سخت

حتماً خبر دارید که در سال‌های اخیر سطح تست‌های کنکور بسیار فراتر رفته و در نتیجه آزمون‌های آزمایشی هم خیلی سخت‌تر می‌شوند، این تست‌ها با حال و هوای سخت‌ترین تست‌های کنکور طراحی شده‌اند و اولاً برای حل تک‌تک این تست‌ها با معلم‌تان مشورت کنید، ثانیاً اگر نتوانستید آن‌ها را به راحتی حل کنید، نگران نباشید ولی سعی کنید از راه‌حل‌ها ایده بگیرید.

کتاب تست خیلی سبز نسبت به اولین چاپ‌هایش تغییرات زیادی داشته و کتابی که الان دست شماست، کاملاً بازنویسی شده است. تلاش زیادی کرده‌ایم که درس‌نامه‌های پرمثال، تست‌های کافی و متنوع و پاسخ‌های تشریحی گویا، به شما بیش از پیش کمک کنند. در مسیر تألیف کتاب از راهنمایی و نظرات همکاران بسیاری بهره بردیم و مهم‌ترین تشکر در چاپ جدید این کتاب تعلق می‌گیرد به استاد حسین نادری که با سخاوت فراوان تست‌های زیبایی را به کتاب افزودند.

بالآخره تشکرهای درون‌انتشاراتی ...

سپاس از دو دکتر نصری، که در خیلی سبز، خیلی خیلی سبز هستند. تشکر ویژه از دکتر کمیل که مدیریت کار تألیف را بر عهده داشتند. سپاس ویژه از آقای کیوان صارمی و خانم یگانه فلاحتی که امور هماهنگی و پیگیری را صبورانه انجام دادند. تشکر از تیم تایپ و رسم شکل و صفحه‌آرایی و گرافیک و ... که در امور اجرایی همراه این کتاب بودند. طرح جلد و نظارت چاپ و پخش و امور مالی و اداری دست به دست هم دادند تا کتاب به موقع و زیبنده، به دستتان برسد. ممنون از همه.

هر سؤالی که دربارهٔ تست‌ها و نحوه مطالعه کتاب داشتید را می‌توانید از طریق کانال @riazikheilisabz از ما بپرسید! و از تست‌های بیشتر، تمرین‌های تشریحی برای امتحان‌های نهایی و... استفاده کنید.



@mathmohsenimanesh



@soroushmueeni

فهرست

صفحه

۴ فصل چهارم: معادله‌ها و نامعادله‌ها

۲۰۷	درس اول: معادله درجه دوم و روش‌های مختلف حل آن
۲۱۶	درس دوم: سهمی
۲۲۸	درس سوم: تعیین علامت (حل نامعادله، نامعادلات قدر مطلق)
۲۴۷	آزمون
۲۴۸	پاسخ‌نامه تشریحی
۲۷۸	پاسخ‌نامه آزمون

۵ فصل پنجم: تابع

۲۸۰	درس اول: مفهوم تابع و بازنمایی‌های آن
۲۸۵	درس دوم: دامنه و برد
۲۸۹	درس سوم: مقدار تابع و نمایش ریاضی تابع
۲۹۶	درس چهارم: تابع خطی
۳۰۲	درس پنجم: انواع تابع (ثابت - همانی - چندجمله‌ای)
۳۱۲	درس ششم: رسم نمودار برخی توابع به کمک انتقال (انتقال‌های افقی و عمودی - رسم توابع قدر مطلق)
۳۲۴	آزمون
۳۲۶	پاسخ‌نامه تشریحی
۳۵۲	پاسخ‌نامه آزمون

۶ فصل ششم: شمارش، بدون شمردن

۳۵۳	درس اول: شمارش (اصل‌های ضرب - جمع - متمم)
۳۵۹	درس دوم: جایگشت (خطی - ۲ شیء از n شیء - با تکرار - دوری)
۳۶۵	درس سوم: ترکیب
۳۷۴	آزمون
۳۷۵	پاسخ‌نامه تشریحی
۳۸۷	پاسخ‌نامه آزمون

۷ فصل هفتم: آمار و احتمال

۳۸۹	درس اول: احتمال یا اندازه‌گیری شانس (فضای نمونه‌ای و پیشامد - احتمال ساده - قوانین احتمال)
۴۰۷	درس دوم: مقدمه‌ای بر علم آمار، جامعه و نمونه
۴۰۹	آزمون
۴۱۱	پاسخ‌نامه تشریحی
۴۲۳	پاسخ‌نامه آزمون
۴۲۴	پاسخ‌نامه کلیدی

صفحه

۱ فصل اول: مجموعه، الگو و دنباله

۷	درس اول: یادآوری مجموعه‌ها
۱۰	درس دوم: مجموعه‌های مهم اعداد - بازه
۱۵	درس سوم: مجموعه‌های متناهی و نامتناهی
۱۶	درس چهارم: مجموعه مرجع و متمم
۲۰	درس پنجم: تعداد اعضای اجتماع دو مجموعه
۲۴	درس ششم: الگوی خطی
۲۸	درس هفتم: الگوی درجه دوم
۳۲	درس هشتم: دنباله و سایر الگوها
۳۶	درس نهم: دنباله حسابی
۴۳	درس دهم: دنباله هندسی
۵۲	آزمون
۵۳	پاسخ‌نامه تشریحی
۸۳	پاسخ‌نامه آزمون

۲ فصل دوم: مثلثات

۸۵	درس اول: نسبت‌های مثلثاتی
۹۹	درس دوم: دایره مثلثاتی
۱۰۹	درس سوم: روابط بین نسبت‌های مثلثاتی (اتحادهای مثلثاتی)
۱۱۸	آزمون
۱۲۰	پاسخ‌نامه تشریحی
۱۴۳	پاسخ‌نامه آزمون

۳ فصل سوم: توان‌های گویا و عبارت‌های جبری

۱۴۵	درس اول: ریشه و توان
۱۴۹	درس دوم: ریشه nام
۱۵۴	درس سوم: توان‌های گویا
۱۵۸	درس چهارم: اتحادها و تجزیه
۱۷۰	درس پنجم: عبارت‌های گویا / گویا کردن مخرج‌های گنگ
۱۷۸	آزمون
۱۷۹	پاسخ‌نامه تشریحی
۲۰۵	پاسخ‌نامه آزمون

درس ۹: دنباله حسابی (تصاعد حسابی یا تصاعد عددی)

دنباله حسابی همان الگوی خطی است! یعنی اختلاف جمله‌های متوالی، مقدار ثابتی است که اسمش را قدرنسبت می‌گذاریم. ببینید: $2, 5, 8, 11, \dots$

$$t_2 - t_1 = 5 - 2 = 3 = \text{اختلاف دومی و اولی}$$

$$t_3 - t_2 = 8 - 5 = 3$$

پس این یک دنباله حسابی با قدرنسبت ۳ است. قدرنسبت را معمولاً با d نشان می‌دهیم:

$$d = 3$$

$$d = t_2 - t_1 = t_3 - t_2 = t_4 - t_3 = \dots = t_n - t_{n-1} = t_{n+1} - t_n$$

نکته: اگر دنباله $t_1, t_2, t_3, \dots$ حسابی باشد، داریم:

تست: قدرنسبت کدام دنباله حسابی بیشتر است؟ ($t_1 = 1$ است.)

$$t_{n+1} = n + t_n \quad (۴)$$

$$t_{n+1} = 3t_n \quad (۳)$$

$$t_n = t_{n+1} + 3 \quad (۲)$$

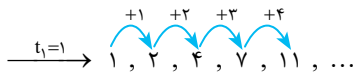
$$t_{n+1} = t_n + 2 \quad (۱)$$

پاسخ: ۱ می‌گویید که جمله $(n+1)$ ام از جمله n ام ۲ تا بیشتر است؛ پس $d = t_{n+1} - t_n = 2$.

۲ یعنی $t_{n+1} - t_n = -3$ ، پس قدرنسبت می‌شود $d = -3$.

۳ اصلاً دنباله حسابی نیست! جمله $(n+1)$ ام، ۳ برابر جمله n ام است. سؤال گفته بود $t_1 = 1$ ؛ پس این دنباله می‌شود $1, 3, 9, 27, \dots$ (بعداً می‌بینیم که هندسی است).

۴ هم دنباله حسابی نیست. جمله $(n+1)$ ام، n تا بیشتر از جمله n ام است. پس اختلاف جمله‌های متوالی ثابت نیست. جملات را ببینید:



(با اطلاعات درس قبلی بگویید چرا این دنباله درجه دوم است؟)

پس قدرنسبت **۱** از همه بیشتر بود.

تذکر: اگر مقدار d یعنی قدرنسبت دنباله حسابی مثبت باشد، دنباله افزایشی (صعودی) است و هر جمله از قبلی‌اش بیشتر می‌شود.

$$d > 0 \Leftrightarrow t_1 < t_2 < t_3 < \dots < t_{n-1} < t_n < t_{n+1} < \dots$$

در حالتی که $d < 0$ است، هر جمله از جمله قبلی کمتر می‌شود و دنباله کاهشی (نزولی) است:

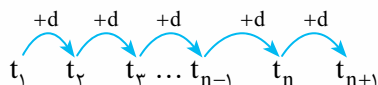
$$d < 0 \Leftrightarrow t_1 > t_2 > t_3 > \dots > t_{n-1} > t_n > t_{n+1} > \dots$$

اگر $d = 0$ باشد، دنباله حسابی ثابت است؛ یعنی تمام جمله‌ها با هم برابرند:

$$d = 0 \Leftrightarrow t_1 = t_2 = t_3 = \dots = t_{n-1} = t_n = t_{n+1} = \dots$$

جمله عمومی دنباله حسابی گفتیم اختلاف هر دو جمله متوالی d است. پس هر جمله با افزودن d به جمله قبلی به دست می‌آید (البته به جز جمله اول)،

پس داریم:



$$t_2 = t_1 + d, \quad t_3 = t_2 + d = (t_1 + d) + d = t_1 + 2d, \quad t_4 = t_3 + d = (t_1 + 2d) + d = t_1 + 3d$$

یعنی:

$$t_n = t_1 + (n-1)d$$

پس در حالت کلی جمله عمومی دنباله حسابی برابر است با:

مثلاً در دنباله $3, 4, 5, \dots$ داریم: $t_1 = -3$ و $d = 7$ ، پس جمله عمومی می‌شود: $t_n = t_1 + (n-1)d = -3 + (n-1)7 = -3 + 7n - 7 = 7n - 10$

همان‌طور که دیدید بعد از ساده‌سازی‌ها، جمله عمومی دنباله حسابی به صورت $t_n = an + b$ درمی‌آید که از این نمایش d و t_1 برابری:

$$t_1 \text{ به دست می‌آید.} \xrightarrow{n=1 \text{ قرار دهید}} \text{جمله عمومی دنباله حسابی} \xleftarrow{\text{ضرب } n} d \text{ به دست می‌آید.}$$

مثلاً در دنباله با جمله عمومی $t_n = 2 + 3n$ با قراردادن $n = 1$ داریم: $t_1 = 2 + 3(1) = 5$ ، مقدار قدرنسبت هم ضریب n است یعنی $d = 3$

مثال: چندتا از جمله‌های عمومی مقابل مربوط به دنباله حسابی‌اند؟

$$\frac{1}{n}, n, \frac{1-3n}{2}, \frac{4n^2-n}{n}, \sqrt{n^2-6n+9}, \frac{1+2+3+\dots+n}{n}$$

$$\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots$$

$$1, 2, 3, \dots \Rightarrow d=1$$

$$\frac{-2}{2}, \frac{-5}{2}, \frac{-8}{2}, \frac{-11}{2}, \dots$$

$$\frac{1-3(1)}{2} = -1 \text{ و جمله اولش } -\frac{3}{2} \text{ قدرنسبتش است. ببینید.}$$

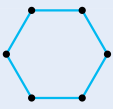
$$\frac{4n^2-n}{n} \text{ به صورت } t_n = 4n-1 \text{ ساده می‌شود که دنباله حسابی با } t_1=3 \text{ و } d=4 \text{ است. (بگویید } t_1 \text{ و } d \text{ را چگونه حساب کردیم؟)}$$

$$\sqrt{n^2-6n+9} \text{ همان } \sqrt{(n-3)^2} \text{ است که می‌شود } |n-3|, \text{ خب این یک دنباله حسابی نیست چون قدرمطلق دارد. به جمله‌ها نگاه کنید:}$$

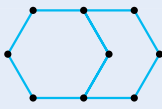
$$t_n: 2, 1, 0, 1, 2, 3, \dots$$

$$\frac{n(n+1)}{2} = \frac{n+1}{2} \text{ پس این دنباله به صورت } t_n = \frac{n(n+1)}{2} \text{ ساده می‌شود و حسابی است. قدرنسبتش } \frac{1}{2} \text{ و جمله اولش } t_1 = \frac{1+1}{2} = 1 \text{ است.}$$

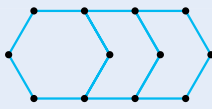
خلاصه، جواب می‌شود ۴ تا دنباله حسابی «ب»، «پ»، «ت» و «ج».



(۱)



(۲)



(۳)

مثال: در شکل‌های روبه‌رو، برای تعداد پاره‌خط‌ها و تعداد نقطه‌ها در شکل n ام، دنباله حسابی می‌نویسیم. اگر a_n تعداد نقطه‌ها و b_n تعداد پاره‌خط‌های شکل n ام باشد، به سؤال‌های زیر جواب دهید:

(الف) شکل سی و سوم چند نقطه دارد؟

(پ) در کدام شکل تعداد پاره‌خط‌ها سه‌رقمی است؟

(ث) مجموع نقاط و پاره‌خط‌ها در شکل n ام، با کدام دنباله مشخص می‌شود؟ (ج) کدام شکل ۵۰ پاره‌خط دارد؟

(ب) شکل چهل و یکم چند پاره‌خط دارد؟
(ت) در کدام شکل اختلاف تعداد پاره‌خط‌ها و نقطه‌ها، ۱۳ است؟

پاسخ: خب در شکل اول ۶ نقطه داریم ($a_1 = 6$)، در شکل دوم و سوم و بعدی‌ها هر بار سه نقطه جدید اضافه می‌شود ($d = 3$)، پس داریم:

$$a_n = a_1 + (n-1)d = 6 + (n-1)3 = 6 + 3n - 3 = 3n + 3$$

برای پاره‌خط‌ها نیز در شکل اول $b_1 = 6$ پاره‌خط داریم که در هر مرحله $d' = 4$ تا به آن‌ها افزوده می‌شود. بنابراین:

$$b_n = b_1 + (n-1)d' = 6 + (n-1)4 = 4n - 4 + 6 = 4n + 2$$

اما پاسخ سؤالات:

(الف) تعداد نقاط شکل سی و سوم می‌شود:

$$a_{33} = 3 \times 33 + 3 = 102$$

(ب) تعداد پاره‌خط‌های شکل چهل و یکم برابر است با:

$$b_{41} = 4 \times 41 + 2 = 166$$

(پ) تعداد پاره‌خط‌ها یعنی b_n باید بین ۱۰۰ و ۱۰۰۰ باشد:

$$100 \leq b_n < 1000 \Rightarrow 100 \leq 4n + 2 < 1000 \Rightarrow 98 \leq 4n < 998 \Rightarrow 24.5 \leq n < 249.5$$

یعنی از شکل بیست و پنجم تا شکل دویست و چهارم (جمله ۲۲۵ تا جمله b_n) تعداد پاره‌خط‌ها سه‌رقمی است.

$$c_n = b_n - a_n = 4n + 2 - (3n + 3) = n - 1 = 13 \Rightarrow n = 14$$

(ت) اختلاف تعداد پاره‌خط‌ها و نقاط برابر است با:

پس در شکل ۱۴ام، این اختلاف ۱۳ است.

(ث) مجموع می‌شود $a_n + b_n$ یعنی $3n + 3 + 4n + 2 = 7n + 5$ ، پس دنباله حسابی با جمله اول ۱۲ و قدرنسبت ۷ دارد.

$$b_n = 4n + 2 = 50 \Rightarrow 4n = 50 - 2 = 48 \Rightarrow n = \frac{48}{4} = 12$$

(ج) اگر تعداد پاره‌خط‌ها ۵۰ باشد:

یعنی شکل دوازدهم این‌طور است.

تست: در دنباله حسابی اگر جمله ششم ۲۰ و مجموع جملات هفتم و دهم ۵۰ باشد، نسبت جمله اول به قدرنسبت کدام است؟

$$8 \text{ (۴)}$$

$$6 \text{ (۳)}$$

$$5 \text{ (۲)}$$

$$2/5 \text{ (۱)}$$

$$t_6 = t_1 + 5d = 20, \quad t_7 + t_8 = t_1 + 6d + t_1 + 9d = 2t_1 + 15d = 50$$

پاسخ ۲: سؤال این‌ها را گفته:

این دستگاه دو معادله و دو مجهول را حل می‌کنیم:

$$\begin{cases} t_1 + 5d = 20 \\ 2t_1 + 15d = 50 \end{cases} \xrightarrow{\times(-2)} \begin{cases} t_1 + 5d = 20 \\ -2t_1 - 10d = -40 \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع}} \begin{cases} t_1 + 5d = 20 \\ -5d = -40 \end{cases} \Rightarrow d = 8 \xrightarrow{\text{جای‌گذاری}} t_1 + 40 = 20 \Rightarrow t_1 = -20$$

پس نسبت $\frac{t_1}{d}$ می‌شود $\frac{-20}{8} = -\frac{5}{2}$ یعنی ۵.

تست: در دنباله حسابی t_n کدام نادرست است؟ (د) قدرنسبت دنباله و عددی غیرصفر است.)

$$t_1 + t_2 + t_3 = t_3 + 2t_2 \text{ (۴)}$$

$$t_{17} + t_8 = t_{10} + t_{12} \text{ (۳)}$$

$$t_{12} - t_7 = 5d \text{ (۲)}$$

$$\frac{t_8 + 2t_{18}}{3} = t_7 \text{ (۱)}$$

پاسخ ۴: جمله عمومی $t_n = t_1 + (n-1)d$ است؛ پس داریم:

$$1 \quad \frac{t_5 + 2t_8}{3} = \frac{t_1 + 4d + 2(t_1 + 7d)}{3} = \frac{t_1 + 4d + 2t_1 + 14d}{3} = \frac{3t_1 + 18d}{3} = t_1 + 6d = t_7 \quad (\text{درست است.})$$

$$2 \quad t_{17} - t_7 = t_1 + 16d - (t_1 + 6d) = 16d - 6d = 10d \quad (\text{درست است.})$$

$$3 \quad \begin{cases} t_{17} + t_5 = t_1 + 16d + t_1 + 4d = 2t_1 + 20d \\ t_{10} + t_{12} = t_1 + 9d + t_1 + 11d = 2t_1 + 20d \end{cases} \xrightarrow{\text{مساوی اند.}} \quad (\text{درست است.})$$

$$F \quad t_1 + t_7 + t_{10} = t_1 + t_1 + d + t_1 + 9d = 3t_1 + 10d$$

$$t_7 + 2t_6 = t_1 + 6d + 2(t_1 + 5d) = t_1 + 6d + 2t_1 + 10d = 3t_1 + 16d$$

این‌ها مساوی نیستند (چون d صفر نیست)، پس **F** درست نیست.

همان‌طور که در مثال بالا دیدیم، دربارهٔ جمع و تفاضل دو جمله از دنبالهٔ حسابی داریم:

$$t_m - t_n = (m-n)d$$

نکته: ۱ اختلاف دو جمله برابر است با اختلاف شماره‌ها ضرب در قدرنسبت:

$$m+n=r+s \Rightarrow t_m + t_n = t_r + t_s$$

۲ اگر جمع شماره‌ها برابر باشد، جمع جملات برابر است:

$$t_{10} + t_{12} = t_7 + t_{16} = t_5 + t_{18} = \dots$$

جمع شماره‌ها = ۲۳ جمع شماره‌ها = ۲۳ جمع شماره‌ها = ۲۳

$$\text{مثلاً: ۱. } t_7 - t_{11} = (7-11)d = -4d$$

تست: در ۱۲ جملهٔ اول دنبالهٔ حسابی مجموع جملات ردیف فرد، ۱۲۰ است. جملهٔ ششم دنباله کدام است؟

۲۴ (۴)

۲۰ (۳)

۱۲ (۲)

۱۰ (۱)

پاسخ ۳: جمله‌های ردیف فرد $a_1, a_3, a_5, a_7, a_9, a_{11}$ هستند.

$$a_1 + a_{11} = a_3 + a_9 = a_5 + a_7 \quad (\text{جمع شماره‌ها ۱۲ است.})$$

برای مجموع a_1 و a_3 و ... داریم:

$$a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9 + a_{11} = 3(a_1 + a_{11}) = 6a_6 = 120 \Rightarrow a_6 = 20$$

پس مجموع این‌ها می‌شود:

این $2a_6$ است.

شاید سریع‌تر باشد!

واسطهٔ حسابی

اگر سه عدد داشته باشیم از کجا می‌فهمیم که دنبالهٔ حسابی می‌سازند یا نه؟ خب به اختلاف جمله‌های متوالی نگاه می‌کنیم: $A, B, C, \dots$

اگر $A - B$ و $B - C$ با هم برابر باشند، دنبالهٔ حسابی داریم.

معمولاً در عبارت‌های پارامتری، این شرط را به صورت $B = \frac{A+C}{2}$ یا $2B = A+C$ می‌نویسیم و می‌گوییم «دو برابر وسطی برابر مجموع دو طرفش است.» به B می‌گوییم واسطهٔ حسابی A و C .

پس مثلاً $\sqrt{2}-1$ و 3 و $\sqrt{2}+1$ یک دنبالهٔ حسابی است چون شرط $\sqrt{2}+1+5-\sqrt{2} = \frac{2 \times 3}{2} = 3$ برقرار است.

تست: اگر $x^2, 3, 5x, \dots$ دنبالهٔ حسابی بسازند، قدرنسبت این دنباله چه قدر است؟

۳۳ یا -۲ (۴)

-۳۳ یا ۲ (۳)

-۱ یا ۶ (۲)

۱ یا -۶ (۱)

$$\frac{x^2}{A}, \frac{3}{B}, \frac{5x}{C}$$

پاسخ ۳: شرط تشکیل دنبالهٔ حسابی این بود:

$$2B = A + C \Rightarrow 2 \times 3 = x^2 + 5x \Rightarrow x^2 + 5x - 6 = 0 \Rightarrow (x+6)(x-1) = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ یا } -6$$

به ازای $x = 1$ دنباله می‌شود $1, 3, 5, \dots$ که قدرنسبت آن ۲ است.

به ازای $x = -6$ دنباله می‌شود $-36, 3, -30, \dots$ که قدرنسبتش -۳۳ است.

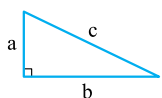
تست: اگر طول اضلاع مثلث قائم‌الزاویه‌ای دنبالهٔ حسابی بسازند، نسبت وتر به ضلع متوسط کدام است؟

۱/۵ (۴)

۱/۳۳ (۳)

۱/۲۵ (۲)

۱/۲ (۱)



$$2b = a + c \Rightarrow \text{دنبالهٔ حسابی}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow \text{پیتاغورس}$$

اگر به جای a از معادلهٔ اول، $2b - c$ بگذاریم، داریم:

$$c^2 = (2b - c)^2 + b^2 = 4b^2 - 4bc + c^2 + b^2 \Rightarrow 5b^2 - 4bc = 0 \Rightarrow 5b^2 = 4bc \xrightarrow{\div b^2} 5 = 4 \frac{c}{b} \Rightarrow \frac{c}{b} = \frac{5}{4} = 1.25$$

به جای a

یعنی نسبت وتر به ضلع متوسط 1.25 است.

نکته: اگر در مثلث قائم‌الزاویه، طول اضلاع دنباله حسابی بسازند حتماً $3k, 4k, 5k$ هستند.

جملات متقارن شرط $2B = A + C$ به طور کلی برای جمله‌های متقارن برقرار است. یعنی در دنباله حسابی $t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6, t_7, t_8, \dots$ داریم:

$$2t_5 = t_4 + t_6 = t_3 + t_7 = t_2 + t_8 = t_1 + t_9$$

دو طرف
۲ تا به هر طرف
۳ تا به هر طرف
۴ تا به هر طرف

$$t_1 \quad t_2 \quad t_3 \quad t_4 \quad t_5 \quad t_6 \quad t_7 \quad t_8 \quad t_9$$

$2t_5$ (above t_4, t_6)
 $2t_5$ (above t_3, t_7)
 $2t_5$ (above t_2, t_8)
 $2t_5$ (above t_1, t_9)

به زبان ریاضی $\rightarrow t_{n+k} + t_{n-k} = 2t_k$

این طوری:

درج واسطه حسابی اگر بین دو عدد a و b اعدادی بنویسیم که دنباله حسابی ساخته شود، می‌گوییم واسطه حسابی درج کرده‌ایم. مثلاً بین 20 و 56 می‌توانیم 2 یا 3 یا 5 واسطه حسابی به صورت مقابل بنویسیم:

$$20 \quad \boxed{32} \quad \boxed{44} \quad 56 \xrightarrow[t_5=56]{t_1=20} 56 = 20 + 3d \Rightarrow d = 12$$

$$20 \quad \boxed{29} \quad \boxed{38} \quad \boxed{47} \quad 56 \xrightarrow[t_5=56]{t_1=20} 56 = 20 + 4d \Rightarrow d = 9$$

$$20 \quad \boxed{26} \quad \boxed{32} \quad \boxed{38} \quad \boxed{44} \quad \boxed{50} \quad 56 \xrightarrow[t_7=56]{t_1=20} 56 = 20 + 6d \Rightarrow d = 6$$

$$d = \frac{b-a}{n+1}$$

نکته: اگر بین a و b n تا واسطه حسابی بنویسیم، دنباله حاصل $n+2$ جمله دارد و داریم:

تست: بین دو عدد 62 و 17 ، پنج واسطه حسابی می‌نویسیم. واسطه سوم چند برابر قدرنسبت است؟

$$\frac{71}{15} \quad (4)$$

$$\frac{79}{15} \quad (3)$$

$$\frac{68}{15} \quad (2)$$

$$\frac{64}{15} \quad (1)$$

پاسخ ۳: اول قدرنسبت را حساب کنیم:

$$a = 17, b = 62 \xrightarrow{n=5} d = \frac{b-a}{n+1} = \frac{62-17}{5+1} = \frac{45}{6} = \frac{15}{2} = 7.5$$

حالا دنباله را با قدرنسبت 7.5 کامل می‌کنیم:

$$17 \xrightarrow{+7.5} 24.5 \xrightarrow{+7.5} 32 \xrightarrow{+7.5} 39.5 \xrightarrow{+7.5} 47 \xrightarrow{+7.5} 54.5 \xrightarrow{+7.5} 62$$

واسطه‌ها

$$\text{واسطه سوم} = \frac{39.5}{7.5} \xrightarrow[\times 10]{\times 10} = \frac{395}{75} \xrightarrow{\div 5} = \frac{79}{15}$$

پس واسطه سوم $79/15$ است و داریم:

نکته: اگر در جمله‌های دوتا دنباله حسابی، اعداد مشترک باشد، این جمله‌های مشترک خودشان دنباله‌ای حسابی می‌سازند که قدرنسبتش k م.م. قدرنسبت‌های دوتا دنباله است.

تست: دو دنباله حسابی $2, 5, 8, \dots$ چند جمله مشترک کم‌تر از 100 دارند؟
 $3, 7, 11, \dots$

$$10 \quad (4)$$

$$9 \quad (3)$$

$$8 \quad (2)$$

$$7 \quad (1)$$

پاسخ ۲: جمله‌های مشترک دوتا دنباله حسابی، خودشان دنباله‌ای حسابی می‌سازند که قدرنسبتش k م.م. قدرنسبت دو دنباله است. دنباله‌ها را ادامه می‌دهیم تا به اولین جمله مشترک برسیم:

$$\begin{cases} 2, 5, 8, 11, 14, \dots & d = 3 \\ 3, 7, 11, 15, \dots & d' = 4 \end{cases}$$

پس اولین جمله مشترک 11 است و قدرنسبت جملات مشترک می‌شود 12 . (ک.م.م. 3 و 4)

جملات مشترک این‌ها هستند:

$$11, \quad \xrightarrow{+12} 23, \quad \xrightarrow{+12} 35, \quad \xrightarrow{+12} 47, \quad \xrightarrow{+12} 59, \dots$$

تعداد جمله‌های مشترک کم‌تر از 100 را می‌خواهیم. جمله عمومی مشترک‌ها $C_n = C_1 + (n-1)d = 11 + (n-1) \times 12$ است:

$$C_n = 11 + 12n - 12 = 12n - 1 \xrightarrow{C_n < 100} 12n - 1 < 100 \Rightarrow 12n < 101 \Rightarrow n < \frac{101}{12} \approx 8.4$$

یعنی 8 جمله مشترک کم‌تر از 100 دارد.

تست: در دنباله حسابی $4, a, 9, \dots$ مجموع بیست جمله اول کدام است؟

(۱) ۵۴۵

(۲) ۵۵۵

(۳) ۵۶۵

(۴) ۵۷۵

پاسخ ۲: اول a را پیدا کنیم. از شرط $2B = A + C$ داریم:

$$2a = 4 + 9 = 13 \Rightarrow a = \frac{13}{2} = 6.5$$

$$d = 6.5 - 4 = 2.5$$

پس قدرنسبت برابر است با:

حالا جمع بیست جمله اول را می‌خواهیم. بیا باید در حالت کلی $a_1 + a_2 + \dots + a_n$ را حساب کنیم:

$$a_1 + a_2 + \dots + a_n = a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d + \dots + a_1 + (n-1)d$$

$$= (a_1 + a_1 + \dots + a_1) + (d + 2d + \dots + (n-1)d) = na_1 + (1+2+\dots+(n-1))d = na_1 + \frac{(n-1)n}{2}d$$

مجموع اعداد طبیعی ۱ تا m برابر $\frac{m(m+1)}{2}$ بود. پس $\frac{(n-1)n}{2} = 1+2+\dots+(n-1)$.

$$a_1 = 4, d = 2.5, n = 20, \quad a_1 + a_2 + \dots + a_{20} = 20 \cdot a_1 + \frac{19(20)}{2}d = 20 \times 4 + 190 \times 2.5 = 80 + 475 = 555$$

پس داریم:

پرسش‌های چهارگزینه‌ای

۲۰۹- اگر $b_n = (\alpha - 1)n^2 + (1 - 3\alpha)n + \alpha$ دنباله‌ای حسابی باشد، جمله سوم آن کدام است؟

(۱) ۷

(۲) ۹

(۳) -۵

(۴) -۸

۲۱۰- در دنباله حسابی با جمله عمومی $t_n = (2n-1)(3n-1) - n(kn+1)$ مقدار جمله چندم برابر ۳۵- است؟

(۱) ۴

(۲) ۵

(۳) ۶

(۴) ۷

۲۱۱- در دنباله با جمله عمومی a_n ، اگر بدانیم $a_1 = 3$ و $a_{n+1} = \frac{1}{2}(2a_n + 1)$ ، آن‌گاه a_{1403} کدام است؟

(۱) ۷۰۰

(۲) ۷۰۲

(۳) ۷۰۴

(۴) ۷۰۶

۲۱۲- در یک دنباله حسابی، اگر جمله سوم ۸ و قدرنسبت برابر $1/5$ باشد، جمله سیزدهم کدام است؟

(۱) $24/5$

(۲) ۲۳

(۳) $22/5$

(۴) ۲۱

۲۱۳- در یک دنباله حسابی جمله اول و قدرنسبت برابرند. اگر جمله ششم آن ۳۰ باشد، جمله دوم چه قدر است؟

(۱) ۱۰

(۲) ۱۵

(۳) ۱۲

(۴) ۱۸

۲۱۴- در یک دنباله حسابی، جملات سوم و هفتم به ترتیب ۲۰ و ۵۶ است. جمله دوازدهم دنباله کدام است؟

(۱) ۱۰۱

(۲) ۸۳

(۳) ۹۲

(۴) ۷۶

۲۱۵- در یک دنباله حسابی جمله اول برابر ۱۰ و مجموع جملات پنجم و ششم برابر ۱۱ است. جمله چهارم کدام است؟

(۱) ۶

(۲) ۷

(۳) ۸

(۴) ۱۳

۲۱۶- در یک دنباله حسابی جمله سوم نصف جمله هشتم است. اگر جمله دهم ۶ باشد، جمله یازدهم کدام است؟

(۱) $6/5$

(۲) $7/5$

(۳) ۷

(۴) ۶

۲۱۷- در یک دنباله حسابی با قدرنسبت d ، اگر جمله دوم برابر $5d$ و جمله نهم برابر حاصل ضرب جملات اول و پنجم باشد، آن‌گاه جمله سیزدهم کدام است؟

(۱) ۴

(۲) ۶

(۳) ۸

(۴) ۹

۲۱۸- در دنباله حسابی $1, 4, 7, \dots$ قدرنسبت را دو برابر کرده و از جمله اول ۲ واحد کم می‌کنیم تا دنباله حسابی b_n به وجود بیاید، b_{12} کدام است؟

(۱) ۶۱

(۲) ۶۳

(۳) ۶۵

(۴) ۶۷

۲۱۹- با اضافه کردن ۴ واحد به جملات اول و دوم یک دنباله حسابی، جملات اول و دوم دنباله حسابی جدید ساخته می‌شود. اختلاف جمله n ام دو دنباله

کدام است؟

(۱) ۴

(۲) ۸

(۳) ۲

(۴) ۶

۲۲۰- در دنباله حسابی $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \dots$ جمله اول را با $\frac{1}{3}$ و جمله دوم را با $\frac{2}{3}$ و ... جمع می‌کنیم. جمله دوازدهم دنباله جدید کدام است؟

(۱) $19/2$

(۲) $15/2$

(۳) $15/5$

(۴) $19/5$

۲۲۱- در دنباله حسابی $a_n = \frac{2n^2 - n}{n}$ جملات دوم، چهارم، ششم و ... دنباله جدید b_n را می‌سازند. مقدار b_4 کدام است؟

(۱) ۲۳۳

(۲) ۲۳۶

(۳) ۲۳۷

(۴) ۲۳۹

(کتاب درسی)

(کتاب درسی)

(تجربی ۱۴۰۳)





۲۲۲- جمله‌های چهارم و هشتم یک دنباله حسابی به ترتیب جمله دوم و هفتم یک الگوی خطی هستند. اگر صفر، جمله دهم الگوی خطی باشد، جمله پانزدهم الگو چند برابر قدرنسبت دنباله حسابی است؟

$$(1) \frac{6}{5} \quad (2) \frac{8}{5} \quad (3) 3 \quad (4) 4$$

۲۲۳- در دنباله حسابی t_n ، حاصل $\frac{4t_7 - 2t_7 + t_5}{3}$ برابر کدام جمله است؟

$$(1) \text{نهم} \quad (2) \text{دهم} \quad (3) \text{هشتم} \quad (4) \text{هفتم}$$

۲۲۴- در یک دنباله حسابی $t_7 = 7$ ، حاصل $t_1 + t_7 + t_6$ چه قدر است؟

$$(1) 7 \quad (2) 21 \quad (3) 14 \quad (4) 28$$

۲۲۵- در یک دنباله حسابی بین جملات رابطه $8a_3 - 2a_7 - 2a_9 = 8$ برقرار است. حاصل $5a_1 - 3a_7$ کدام است؟

$$(1) -8 \quad (2) -\frac{8}{7} \quad (3) \frac{8}{7} \quad (4) 8$$

۲۲۶- در یک دنباله حسابی جملات دوم و هشتم قرینه‌اند و جمله هفتم برابر چهار است. مجموع هشت جمله اول چه قدر است؟

$$(1) 18 \quad (2) \text{صفر} \quad (3) 4 \quad (4) -8$$

۲۲۷- در یک دنباله حسابی $t_6 = 3$ و $t_5 + t_9 = -2$ است. حاصل $t_3 + t_{15}$ چه قدر است؟

$$(1) -\frac{55}{6} \quad (2) -\frac{37}{6} \quad (3) -\frac{5}{6} \quad (4) -\frac{67}{6}$$

۲۲۸- در یک دنباله حسابی جمله پنجم برابر ۳ و هر جمله از جمله قبل خود به اندازه $\frac{1}{4}$ کم‌تر است. مجموع ۴ جمله چهارم آن کدام است؟

$$(1) -5 \quad (2) -6 \quad (3) -7 \quad (4) -8$$

۲۲۹- در بیست جمله اول از دنباله عددی، مجموع جملات اول، سوم و پنجم و ... برابر ۱۳۵ و مجموع جملات دوم، چهارم و ششم و ... برابر ۱۵۰ می‌باشد. قدرنسبت کدام است؟

$$(1) 1/5 \quad (2) 0/75 \quad (3) 2 \quad (4) 1$$

۲۳۰- در یک دنباله حسابی، مجموع سه جمله اول ۳ و مجموع سه جمله بعدی آن ۳۹ است. جمله هشتم دنباله کدام است؟

$$(1) 33 \quad (2) 29 \quad (3) 31 \quad (4) 25$$

۲۳۱- ۲۰۰ قرص نان را بین ۵ نفر طوری تقسیم می‌کنیم که یک‌سوم مجموع سه سهم بزرگ‌تر برابر مجموع دو سهم کوچک‌تر باشد، اختلاف تعداد قرص‌های نان بیشترین و کم‌ترین سهم چه قدر است؟

$$(1) 40 \quad (2) 45 \quad (3) 50 \quad (4) 55$$

۲۳۲- مجموع ۵ جمله اول از یک دنباله حسابی ۶۰ و مجموع دو جمله بزرگ‌تر ۳ برابر مجموع ۳ جمله کوچک‌تر است. قدرنسبت کدام است؟

$$(1) 5 \quad (2) 6 \quad (3) 7 \quad (4) 8$$

۲۳۳- در دنباله حسابی $a_1 = 3 + \sqrt{2}$ و $a_7 = 5 + \sqrt{2}$ مجموع چهار جمله چهارم چه قدر از مجموع چهار جمله دوم بیشتر است؟

$$(1) 8 \quad (2) 64 \quad (3) 16 \quad (4) 32$$

۲۳۴- در یک دنباله حسابی به قدرنسبت ۲ واحد اضافه می‌کنیم. از جمله اول چه قدر کم کنیم تا مجموع جملات اول تا بیستم تغییری نکند؟

$$(1) 19 \quad (2) 38 \quad (3) 20 \quad (4) 40$$

(واسطه حسابی)

۲۳۵- اعداد $1-P$ ، $3P+4$ و $2P+3$ سه جمله متوالی یک دنباله حسابی هستند. قدرنسبت این دنباله کدام است؟

$$(1) 4 \quad (2) 5 \quad (3) 6 \quad (4) 7$$

۲۳۶- اگر $1, 4, 2y+3, \dots, x, y-1$ دنباله‌ای حسابی باشد، جمله هشتم آن کدام است؟

$$(1) 22 \quad (2) -13 \quad (3) -11 \quad (4) 19$$

۲۳۷- در دنباله حسابی $1, 5x-1, 2, 3x+1, 2x-2, 4t_8-3$ مقدار $4t_8 - 3t_6$ کدام است؟

$$(1) 112 \quad (2) 120 \quad (3) 108 \quad (4) 96$$

۲۳۸- مقادیر $a, 1+2a$ و $5-a$ به ترتیب جملات متوالی یک دنباله حسابی هستند. اگر a جمله نخست این دنباله باشد، جمله نهم کدام است؟

$$(1) 2/75 \quad (2) 4/25 \quad (3) 12/25 \quad (4) 14/75$$

(ریاضی ۱۴۰۳)

۲۳۹- اگر $1-x, 4x-1, x-2$ و $3x+1$ به ترتیب جمله‌های چهارم، دوم و اول دنباله‌ای حسابی باشند، قدرنسبت آن کدام است؟

$$(1) -1 \quad (2) -2 \quad (3) -3 \quad (4) -4$$

۲۴۰- با توجه به دو دنباله حسابی روبه‌رو، مقدار xy کدام است؟

$$\begin{cases} 5^{2x}, 3 \times 25^x, 5^y, \dots \\ x, 2, y, \dots \end{cases} \quad (1) 2 \quad (2) 6 \quad (3) 12 \quad (4) 3$$

۲۴۱- اعداد طبیعی متوالی را به طریقی دسته‌بندی می‌کنیم که آخرین عدد هر گروه مربع کامل باشد، یعنی $\{1\}, \{2, 3, 4\}, \dots$ در دسته نهم، واسطه حسابی بین دو عدد اول و آخر آن، کدام است؟

(تجربی ۹۹)

- (۱) ۷۱ (۲) ۷۲ (۳) ۷۳ (۴) ۷۴

(تجربی خارج ۸۶)

۲۴۲- در یک دنباله حسابی اگر $t_1 = 5$ و $t_9 = 9$ ، آن گاه $t_7 + t_8 + t_9$ چه قدر است؟

- (۱) ۱۹ (۲) ۳۸ (۳) ۵۷ (۴) ۷۵

۲۴۳- در دنباله حسابی a_n داریم $a_1 = 1$ و $a_7 = \frac{5}{3}$ ، حاصل $\frac{a_{15} + a_{17} + a_{19}}{a_{23} + a_{25} + a_{27}}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{35}{71}$ (۲) $\frac{105}{71}$ (۳) $\frac{7}{17}$ (۴) $\frac{21}{17}$

۲۴۴- در یک دنباله حسابی $t_7 = 8$ و $t_1 + t_4 + t_7 = 2$ می‌باشد. قدرنسبت کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) -2 (۳) $-\frac{2}{3}$ (۴) ۲

۲۴۵- در یک دنباله حسابی مجموع جملات ششم تا هشتم برابر ۷ است. حاصل $t_1 + t_4 + t_7 + \dots + t_7$ کدام است؟

- (۱) ۱۴ (۲) $\frac{14}{3}$ (۳) ۴۹ (۴) $\frac{49}{3}$

۲۴۶- در یک دنباله حسابی $t_{k+6} = 0$ و $t_k = 6$ ، مقدار $t_5 + t_7$ کدام است؟

- (۱) -12 (۲) $2k$ (۳) ۱۲ (۴) ۱۶

۲۴۷- اگر در یک دنباله حسابی $a_7 = 16$ و $a_9 - a_4 = 80$ باشد، قدرنسبت کدام است؟

- (۱) $-0/125$ (۲) $-0/365$ (۳) $-0/625$ (۴) $-0/1725$

۲۴۸- در یک مثلث قائم‌الزاویه، طول اضلاع دنباله حسابی می‌سازند. وتر چند برابر محیط است؟

- (۱) $\frac{5}{7}$ (۲) $\frac{5}{8}$ (۳) $\frac{5}{12}$ (۴) $\frac{5}{13}$

۲۴۹- در یک ۴ضلعی، اندازه زاویه‌ها دنباله حسابی می‌سازند. اگر کوچک‌ترین زاویه 54° باشد، بزرگ‌ترین زاویه کدام است؟

- (۱) 72° (۲) 84° (۳) 108° (۴) 126°

۲۵۰- در دنباله حسابی $\dots, -20, x, -26$ بزرگ‌ترین جمله منفی کدام است؟

- (۱) -1 (۲) -2 (۳) -3 (۴) -4

۲۵۱- دنباله حسابی $99, \dots, 21, x, 8$ چند جمله دارد؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۴ (۳) ۱۶ (۴) ۱۸

۲۵۲- چند عدد دورقمی مضرب ۵ وجود دارد؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۱۷ (۳) ۱۹ (۴) ۲۰

۲۵۳- دنباله حسابی با جمله اول ۶۳ و قدرنسبت (-4) چند جمله مثبت دارد؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۶ (۳) ۱۷ (۴) ۱۸

۲۵۴- در دنباله حسابی $43, a_2, a_3, \dots$ اگر مجموع و حاصل ضرب سه جمله اول به ترتیب ۱۲ و ۲۸ باشند، دنباله چند جمله دارد؟

- (۱) ۱۳ (۲) ۱۴ (۳) ۱۵ (۴) ۱۶

(کتاب درسی)

۲۵۵- بین ۱۸ و ۶۲ سه واسطه حسابی درج کرده‌ایم. بزرگ‌ترین عددی که نوشته‌ایم، کدام است؟

- (۱) ۵۰ (۲) ۵۱ (۳) ۵۲ (۴) ۵۳

۲۵۶- بین دو عدد ۱۲ و ۶۳، نه واسطه حسابی می‌نویسیم. مجموع سه جمله دوم دنباله حاصل کدام است؟

- (۱) $97/2$ (۲) $96/2$ (۳) $66/6$ (۴) $66/7$

۲۵۷- طبق تجویز پزشک، بیماری باید داروی A را در هر ۴ ساعت یک بار و داروی B را ۶ ساعت یک بار مصرف کند، اگر بیمار مصرف هر دو دارو را با هم شروع کند، چند ساعت پس از اولین مصرف، دو داروی A و B با هم مصرف می‌شوند؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۸ (۳) ۲۴ (۴) ۳۶

۲۵۸- بیست جمله اول دنباله حسابی با جمله اول $a_1 = 3$ و قدرنسبت $d_1 = 2$ با بیست جمله اول دنباله حسابی با جمله اول $b_1 = 2$ و قدرنسبت $d_2 = 3$ چند جمله مساوی دارند؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

۲۵۹- در دو دنباله حسابی به صورت‌های $2, 7, 12, \dots$ و $8, 11, 14, \dots$ چند عدد سهرقمی مشترک وجود دارد؟

- (۱) ۵۸ (۲) ۵۹ (۳) ۶۰ (۴) ۶۱

(تجربی ۹۴)



۲۶۰- با توجه به دنباله حسابی، مجموع $\frac{1}{2 \times 5} + \frac{1}{5 \times 8} + \frac{1}{8 \times 11} + \dots + \frac{1}{17 \times 20}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{15}$ (۲) $\frac{1}{18}$ (۳) $\frac{1}{24}$ (۴) $\frac{1}{25}$

۲۶۱- اگر S_n مجموع n جمله اول یک دنباله حسابی و سه جمله اول دنباله S_n به صورت ۳، $\frac{3}{4}$ ، $\frac{1}{4}$ باشد، جمله چهارم دنباله S_n کدام است؟

- (۱) $\frac{7}{2}$ (۲) ۴ (۳) $\frac{9}{4}$ (۴) ۵

مثلث‌های سخت

۲۶۲- اگر دنباله $a_n = \sqrt{(2n-k)^2}$ حسابی باشد k کدام نمی‌تواند باشد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۶۳- در دنباله حسابی اگر $a_n = a_{n+1} + \frac{1}{3}$ و مجموع ۶ جمله اول ۱۰ باشد، مجموع ۶ جمله سوم چه قدر است؟

- (۱) ۱۴ (۲) -۱۴ (۳) ۳۴ (۴) -۳۴

۲۶۴- اگر a_n دنباله حسابی با قدرنسبت ۳ باشد، دنباله جدید $b_n = a_{n+1}^2 - a_n^2$ چگونه است؟

- (۱) حسابی با قدرنسبت ۱۸ (۲) حسابی با قدرنسبت ۶ (۳) درجه دوم (۴) هندسی

۲۶۵- جمله اول یک دنباله حسابی ۱۳ و قدرنسبت آن عددی صحیح است. اگر این دنباله فقط ۵ جمله مثبت داشته باشد، جمله بیستم آن کدام است؟

- (۱) -۴۷ (۲) -۴۴ (۳) -۴۱ (۴) -۵۰

۲۶۶- در مستطیلی عرض و طول و قطر دنباله حسابی می‌سازند. مساحت مستطیل چند درصد توان دوم قطر است؟

- (۱) ۲۴ (۲) ۳۶ (۳) ۴۸ (۴) ۵۶

۲۶۷- در میان ۴۰ جمله اول دنباله حسابی که $a_1 = -\frac{7}{2}$ و $d = \frac{1}{4}$ است، جمع جملات طبیعی کدام است؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۲۸ (۳) ۲۷ (۴) ۲۲

۲۶۸- جملات دوم، ششم و سیزدهم از یک دنباله حسابی سه جمله اول یک الگوی درجه دوم هستند. جمله دوازدهم الگوی درجه دوم با کدام جمله این دنباله حسابی برابر است؟

- (۱) ۲۱۰ (۲) ۲۱۱ (۳) ۲۱۲ (۴) ۲۱۳

۲۶۹- بین دو عدد مثبت سه تا واسطه حسابی قرار می‌دهیم. اگر مجموع کل جملات ۲۰ و مجموع مربعات آن‌ها ۱۷۰ باشد، اختلاف مقادیر اعداد اولیه کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۶ (۳) ۲۰ (۴) ۲۴

۲۷۰- چند نوع دنباله حسابی شامل پنج جمله متوالی با قدرنسبت یک می‌توان ساخت که مجموع اعضای آن مضرب ۳ بوده و همه جملات آن عضو مجموعه $\{1, 2, 3, \dots, 100\}$ باشند؟

(آزمون‌های آزمایشی خیلی سبز)

- (۱) ۲۴ (۲) ۲۵ (۳) ۳۲ (۴) ۳۳

۲۷۱- مجموع ۴ جمله متوالی دنباله‌ای حسابی برابر ۱۲ و جمع مربعات آن‌ها ۱۱۶ است. حاصل ضرب این جملات چند است؟

- (۱) ۱۴۴ (۲) -۱۴۴ (۳) -۱۳۵ (۴) ۱۳۵

۲۷۲- در دنباله حسابی با جمله عمومی $a_n = \frac{3}{4}n - 1$ جمله‌ها را به صورت روبه‌رو دسته‌بندی می‌کنیم: $(a_1, a_2), (a_3, a_4, a_5), (a_6, a_7, a_8, a_9), \dots$

(آزمون‌های آزمایشی خیلی سبز)

تعداد جملات دسته n م برابر $n+1$ است. جمع اعداد دسته هشتم کدام است؟

- (۱) ۴۵۵ (۲) ۴۷۵ (۳) ۵۳۱ (۴) ۵۰۵

۲۷۳- در دنباله‌های حسابی $\{a_n\}$ و $\{b_n\}$ با جملات مثبت گر $3(a_n)(b_n) - 4(b_n)^2 = (a_n)^2$ و $a_4 = 2a_7$ و $b_4 - b_7 = 6$ باشد، آن‌گاه چندمین جمله دنباله $\{a_n\}$ برابر ۲۹۶ است؟

- (۱) ۳۵ (۲) ۳۶ (۳) ۳۷ (۴) ۳۸

۲۷۴- اگر a_n جمله عمومی دنباله‌ای حسابی باشد، حاصل عبارت $\frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \dots + \frac{1}{a_{19} a_{20}}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{19}{a_1 a_{20}}$ (۲) $\frac{20}{a_1 a_{20}}$ (۳) $\frac{19}{a_1 a_{21}}$ (۴) $\frac{21}{a_1 a_{21}}$