

یه کم قبل تر بیشتر کسانی که رشته انسانی رو انتخاب می کردن از ریاضی و علوم متنفر بودن و وقتی بهشون می گفتمی که تو رشته انسانی هم باید ریاضی بخونید، حالشون بد می شد! ولی حالا فرق کرده الان خیلی از رشته انسانی تا سال نهم نمره ریاضی و علومشون ۱۹ و ۲۰ بوده و خدا رو شکر رشته انسانی رو به خاطر علاقه بیشتر به علوم انسانی انتخاب می کنن، نه به خاطر فرار از ریاضی و علوم. این تصمیم درست بچه ها، هم به نفع خودشون هم به نفع جامعه شون و هم به نفع بشریت.

این اتفاق به ما انگیزه مضاعف داد تا کتاب ریاضی و آمار رشته انسانی رو با بهترین مؤلفینمون و با وسواس زیاد بنویسیم تا بچه های انسانی از خوندن ریاضی کیف کنن. علاوه بر این کتابای ماجرای بیست واقعاً برای ۲۰ گرفتن نوشته شدن (واقعاً که می گم یعنی واقعاً نه الکی!) پس با خوندن این کتاب هم از ریاضی خوندن کیف می کنید و هم حال ۲۰ گرفتنو می برید.

جا داره به لطف تولید این کتاب خوب علاوه بر مؤلفین به خانم زهره قموشی به خاطر نظارت، هماهنگی و پیگیری هاشون در واحد تألیف و ویراستارای خوبمون حسین اسدزاده، علیرضا محمدی و پوپک مقدم و بچه های پرتلاش واحد تولید خیلی سبز بگیم دست همتون درد نکنه. خیلی سبز به وجود شما افتخار می کنه.

دو دوتای زندگیتون همیشه چهارتا!

کتاب ریاضی و آمار یازدهم، یکی از مفهومی‌ترین و پرچالش‌ترین کتاب‌های مقطع یازدهم است.

مفهومی از این لحاظ که اکثر مباحث آن برای بچه‌ها جدید است به طوری که بسیاری از همکاران و دبیران معتقدند بیش از ۹۰٪ مباحث این کتاب، هیچ سابقه‌ای در کتاب‌های درسی رشته انسانی نداشته‌اند. از این لحاظ می‌گوییم چالشی که مباحثی مثل ترکیب گزاره‌ها، انواع استدلال‌ها، اعمال روی توابع، تابع جزء صحیح و شاخص‌های آماری و سری زمانی، مفاهیمی دشوار هستند، اما ما کتابی برایتان نوشته‌ایم که با خواندن آن، می‌توانید مباحث دشوار یازدهم را خوب بفهمید و به طور کامل بر آن‌ها احاطه پیدا کنید. پس اصلاً نگران نباشید. سعی کرده‌ایم علاوه بر این که تمام تمرینات، مثال‌ها، فعالیت‌ها و کار در کلاس‌ها را پوشش دهیم سوالات دشوارتر را چندین بار مشابه‌سازی کنیم تا کاملاً برایتان جا بیفتد. توصیه مهم ما به شما دانش‌آموزان خوب انسانی این است که با توجه به تأثیر ۶۰ درصدی امتحان نهایی در کنکور، مطالعه ریاضی را به شب‌های نزدیک امتحان موکول نکنید و هر هفته، حداقل ۲ ساعت این درس را مطالعه کنید.

اگر به طور تدریجی ریاضی را یاد بگیرید، شب امتحان فقط کافی است چند نمونه سؤال را از آخر همین کتاب حل کنید و مطمئن باشید که در امتحان ۲۰ می‌گیرید.

کتاب **ماجرای بیست ریاضی و آمار یازدهم** از چند بخش تشکیل شده است:

درس‌نامه: سعی کردیم خیلی ساده، روان و کاربردی درس رو آموزش بدیم. مطالب اضافه در این کتاب نمی‌بینید اما هر چیزی که برای کسب ۲۰ نهایی لازمه رو دارید. چینش درس‌ها کاملاً مثل کتاب درسیه، البته بیشتر جاها برای این که مطالب، طولانی نشه و حوصله‌تون سر نره درس به چند بخش تقسیم شده و سؤال‌های هر قسمت رو جداگونه آوردیم.

در امتحان چه خبر: حجم مطالب در این کتاب زیاده پس خیلی مهمه که تا می‌تونید، مطالب رو تیپ‌بندی شده و منظم یاد بگیرید. ما سعی کردیم توی کادرهای «در امتحان چه خبر؟» این کار رو برای شما انجام بدیم. مطالب هر درس رو تیپ‌بندی کردیم و سؤال‌های مربوط به هر تیپ رو هم مشخص کردیم؛ پس می‌تونید برید و سؤال‌های هر تیپی رو که خوب یاد نگرفتید دوباره و دوباره حل کنید و بهشون مسلط بشید.

سؤال‌های امتحانی: همه مثال‌ها و تمرین‌های کتاب و کار در کلاس‌ها، فعالیت‌ها و همه سؤال‌های نهایی خرداد ۱۴۰۲ و ۱۴۰۳ توی این کتاب موجوده و به قول معروف پوشش کامل کتاب درسی و امتحان‌های نهایی به‌جوری رعایت شده که بعد خوندن «ماجرای بیست» دیگه هیچ نگرانی‌ای ندارید که چیزی جا افتاده باشه.

سؤال‌هایی که کنار آن‌ها علامت  است، سطح دشوارتری نسبت به بقیه سؤال‌ها داره و شما رو برای سؤال‌های سخت نهایی آماده می‌کنه.

پاسخ‌های تشریحی: بعد از حل سؤال‌ها، حتماً پاسخ‌ها را تحلیل کنید.

آزمون‌های پایانی کتاب: در انتهای کتاب دو امتحان ترم اول داریم و چهارتا امتحان ترم دوم. حتماً قبل امتحان نهایی این سؤال‌ها رو حل کنید و به بارم‌بندی اون‌ها هم توجه کنید که بدونید باید چه‌جوری جواب بدی که مصحح بهتون نمره کامل بده.

در پایان بر خود لازم می‌دانم سپاس و قدردانی کنم از تلاش‌ها و زحمات:

۱ جناب آقای دکتر نصری عزیز، مدیر خلاق و خوش فکر انتشارات خیلی سبز

۲ جناب آقای مهندس مهدی هاشمی که با نظارت بر تألیف، نظرات بسیار ارزشمندی را مطرح می‌کردن.

۳ سرکار خانم زهره قموشی که در این پروژه هم مثل همیشه، خیلی در کارشان مصمم و منظم و پیگیر کار بودند.

۴ علیرضا محمدی، پوپک مقدم و حسین اسدزاده ویراستاران خوب این کتاب.

امیر زراندوز

زهره جالینوسی

شهریور ۱۴۰۳

فهرست

فصل اول: آشنایی با منطق و استدلال ریاضی

۷	بخش ۱: منطق ریاضی و گزاره‌ها
۱۱	بخش ۲: گزاره‌های عطفی و فصلی
۱۶	بخش ۳: گزاره شرطی و دوشروطی
۲۲	بخش ۴: استدلال ریاضی
۲۹	پاسخ سؤال‌های امتحانی

فصل دوم: تابع

۳۹	بخش ۱: توابع ثابت، همانی، چندضابطه‌ای
۴۷	بخش ۲: توابع پلکانی و قدرمطلق
۵۶	بخش ۳: اعمال جبری روی توابع
۶۷	پاسخ سؤال‌های امتحانی

فصل سوم: آمار

۸۲	شاخص‌های آماری
۸۹	پاسخ سؤال‌های امتحانی

امتحانات

۹۳	نمونه امتحان نیم‌سال اول (امتحان شماره ۱)
۹۵	پاسخ نمونه امتحان نیم‌سال اول (امتحان شماره ۱)
۹۶	نمونه امتحان نیم‌سال اول (امتحان شماره ۲)
۹۷	پاسخ نمونه امتحان نیم‌سال اول (امتحان شماره ۲)
۹۸	نمونه امتحان نیم‌سال دوم (امتحان شماره ۳)
۱۰۰	پاسخ نمونه امتحان نیم‌سال دوم (امتحان شماره ۳)
۱۰۲	نمونه امتحان نیم‌سال دوم (امتحان شماره ۴)
۱۰۴	پاسخ نمونه امتحان نیم‌سال دوم (امتحان شماره ۴)
۱۰۶	نمونه امتحان نیم‌سال دوم (نهایی خرداد ۱۴۰۲ با اندکی تغییر)
۱۰۸	پاسخ نمونه امتحان نیم‌سال دوم (نهایی خرداد ۱۴۰۲ با اندکی تغییر)
۱۰۹	نمونه امتحان نیم‌سال دوم (نهایی خرداد ۱۴۰۳)
۱۱۱	پاسخ نمونه امتحان نیم‌سال دوم (نهایی خرداد ۱۴۰۳)



فصل ۱: آشنایی با منطق و استدلال ریاضی

بخش ۱: منطق ریاضی و گزاره‌ها

تعریف منطق منطق در لغت به معنی کلمه و گفتار است (از نطق می‌آید). ولی از نظر فلاسفه و منطق‌دانان، به معنی قانونِ درست فکر کردن است. به عبارت دیگر می‌توان گفت:

۱ منطق، استدلال‌ها را بررسی می‌کند و درستی یا نادرستی آن‌ها را مشخص می‌کند؛ زیرا اگر برای اثبات یک موضوع، استدلال‌های ما نادرست باشند نتیجه به دست آمده هم، قابل قبول نخواهد بود.

۲ منطق، ابزاری است از نوع قاعده و قانون که به کار بُردن آن، ذهن را از خطای در تفکر مصون نگه می‌دارد.

نکته: اولین نفری که قواعد ذهن انسان را به دست آورد و با ترتیبی خاص، دسته‌بندی کرد، ارسطو بود.

تعریف منطق ریاضی

به نظر شما کاربرد دستور زبان فارسی چیست؟ حتماً پاسخ می‌دهید که دستور زبان فارسی، علمی است که روش درست گفتن و درست نوشتن را به ما می‌آموزد. اگر ریاضیات را به عنوان یک زبان برای انتقال مفاهیم و اطلاعات در نظر بگیریم، **منطق ریاضی**، دستور این زبان است. به عبارت دیگر، **منطق ریاضی** روش درست استدلال کردن در علم ریاضی را به ما آموزش می‌دهد.

مفهوم گزاره‌ها

در منطق ریاضی، گزاره، جمله‌ای است خبری که دقیقاً یکی از دو ارزش درست یا نادرست را داشته باشد هر چند که ممکن است از درستی یا نادرستی آن، اطلاعی نداشته باشیم. ضمناً جملات امری، پرسشی و عاطفی، گزاره محسوب نمی‌شوند. به مثال‌های زیر دقت کنید:

«۲ عددی اول است.» ← یک گزاره است و ارزش آن، درست است.

« $5^2 > 3^3$ » ← یک گزاره است و ارزش آن نادرست است چون $25 < 27$ کوچک‌تر از ۲۷ است.

«بیشتر درس بخوان.» ← گزاره نیست. (جمله امری است.)

«چه ماشین زیبایی!» ← گزاره نیست. (جمله عاطفی است.)

«شما امسال کنکور می‌دهید؟» ← گزاره نیست. (جمله پرسشی است.)

سوال (شاگرد): بپوشید مگه $5^2 > 3^3$ جمله فبری محسوب می‌شه؟ من که کلمه فارسی توش نمی‌بینم!

دبیر: فب شما $(5^2 > 3^3)$ رو چه بوری می‌فونی؟ مگه نمی‌گی، « 5^2 بزرگ‌تر از 3^3 است.» پس دیدی که $(5^2 > 3^3)$ به جمله فبریه و متماً لازم نیست جمله، فارسی باشه. فیلی وقتاً از نمادهای ریاضی استفاده می‌کنیم.

تذکره مهم ۱: در بعضی از جملات خبری، اصولاً نمی‌شود درباره درستی یا نادرستی دقیق آن‌ها اظهار نظر کنیم؛ لذا آن‌ها را گزاره محسوب نمی‌کنیم؛ مثلاً جمله خبری «متوازی‌الاضلاع، زیباترین شکل هندسی است.» گزاره محسوب نمی‌شود؛ چون زیبایی، موضوعی سلیقه‌ای است و اصولاً از نظر منطق ریاضی، جمله مذکور، قابل ارزش‌گذاری نیست؛ ولی گاهی اوقات، تعیین ارزش یک گزاره، دشوار است ولی می‌دانیم بالأخره یا ارزش درست دارد یا نادرست. مثلاً شاید تعیین ارزش جمله « 52391 اول است» دشوار باشد ولی بالأخره عدد 52391 یا اول است یا مرکب. پس جمله مورد نظر، گزاره است.

تذکره مهم ۲: عبارتی مثل « x عددی زوج است.» گزاره محسوب نمی‌شود؛ چون مقدار x به ما داده نشده؛ یعنی مثلاً اگر x برابر ۴ باشد، به عبارتی درست می‌رسیم و اگر x برابر ۳ باشد، به عبارتی نادرست تبدیل می‌شود، ولی عبارتی مثل « a^2 همواره نامنفی است.» گزاره است؛ چون ارزش آن کاملاً معلوم است؛ یعنی a هر چه باشد a^2 نامنفی است؛ پس گزاره‌ای درست داریم.

مثال: کدام یک از جملات و عبارات زیر، گزاره هستند؟ ارزش هر گزاره را تعیین کنید.

(الف) کباب، خوشمزه‌تر از پیتزا است. (ب) عدد $\sqrt{3}$ گویا است.

(پ) افلاطون، شاگرد سقراط بود. (ت) اصالت شما برای کدام شهر است؟

(ث) عدد $2^{n+1} - 2$ همواره عددی منفی است. $(n \in \mathbb{N})$ (ج) $-3 \geq -10$

(چ) $\frac{0}{2} \times \frac{1}{4} = 0/1$ (ح) کوچک‌ترین عدد طبیعی دورقمی مربع کامل، عدد ۱۶ است.

(خ) $-y$ همواره عددی منفی است.

پاسخ: الف گزاره نیست. (برای مقایسه مژه غذاها نمی‌توانیم ارزش‌گذاری کنیم.)

ب گزاره است و ارزش آن، نادرست است؛ چون $\sqrt{3}$ گنگ است.

پ گزاره است و ارزش آن، درست است. (جمله پرسشی است.)

ث گزاره است و ارزش آن، درست است؛ چون n هر عدد طبیعی که باشد $(2n+1)$ فرد می‌شود و می‌دانیم عدد (-2) به هر توان فردی که برسد جواب

باز هم منفی می‌شود.

ج گزاره است و ارزش آن، نادرست است؛ چون $10 -$ کوچک‌تر از $3 -$ است.

ج گزاره است و ارزش آن، درست است زیرا: $\frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{100} = 0.01$

ج گزاره است و ارزش آن، درست است؛ چون اولاً 16 مربع کامل است؛ یعنی جذر کامل دارد ($\sqrt{16} = 4$) و ثانیاً 16 کوچک‌ترین عدد طبیعی دورقمی است که این خاصیت را دارد.

خ این جمله گزاره محسوب نمی‌شود چون مقدار y به ما داده نشده است، مثلاً اگر y برابر 2 باشد، گزاره درست و اگر برابر $2 -$ باشد، گزاره نادرست است.

جبر گزاره‌ها (حساب گزاره‌ها)

در منطق ریاضی، هر گزاره را با یکی از حروف انگلیسی کوچک مانند p, q, r, s و ... نمایش می‌دهیم. ضمناً بعضی گزاره‌ها خود، ترکیبی از دو یا چند گزاره ساده هستند که به آن‌ها گزاره‌های ترکیبی (مركب) می‌گوییم. کمی جلوتر با انواع گزاره‌های ترکیبی آشنا می‌شوید. جبر گزاره‌ها کارش این است که به وسیله یک سری قراردادهای و نمادگذاری‌ها ارزش یک گزاره را تعیین می‌کند.

در جدول‌های زیر وضعیت ارزشی یک، دو و سه گزاره مشخص شده‌اند. به هر یک از ردیف‌های این جدول‌ها، یک حالت ارزشی هم می‌گوییم. ارزش درست یک گزاره را با «د» یا «T» و ارزش نادرست آن را با «ن» یا «F» نمایش می‌دهیم. (True یعنی درست و False یعنی نادرست).

p	q	r
T	T	T
T	T	F
T	F	T
T	F	F
F	T	T
F	T	F
F	F	T
F	F	F

p	q
T	T
T	F
F	T
F	F

p
T (درست)
F (نادرست)

حالت ۴

حالت ۲

$2^1 = 2$ = تعداد حالت‌های ارزشی یک گزاره

$2^2 = 4$ = تعداد حالت‌های ارزشی دو گزاره

$2^3 = 8$ = تعداد حالت‌های ارزشی سه گزاره

نتیجه: اگر تعداد گزاره‌ها n باشد، در جدول ارزشی آن‌ها، تعداد حالت‌ها برابر با 2^n خواهد بود؛ مثلاً اگر تعداد گزاره‌ها ۴ باشد، در جدول ارزشی مربوط به آن‌ها $2^4 = 16$ حالت مختلف وجود دارد.

مثال: یک جدول ارزش‌گذاری دارای ۱۲۸ ردیف است.

الف) در این جدول چند گزاره ساده وجود دارد؟

ب) اگر یک گزاره به گزاره‌های این جدول اضافه کنیم، تعداد ردیف‌های آن چند برابر می‌شود؟

$$2^n = 128 \Rightarrow n = 7$$

پاسخ: الف) اگر تعداد گزاره‌ها را n در نظر بگیریم، طبق نتیجه قبل داریم:

پس ۷ گزاره ساده داریم.

ب) حالا اگر یک گزاره اضافه کنیم، یعنی $n = 8$ ، تعداد ردیف‌ها برابر می‌شود با $2^8 = 256$ که نسبت به حالت قبل $2 = \frac{2^8}{2^7}$ برابر شده است.

نقیض یک گزاره

نقیض یک گزاره، گزاره‌ای است که ارزش آن دقیقاً مخالف ارزش آن گزاره باشد. نقیض یک گزاره مثل p را با نماد $\sim p$ نمایش می‌دهیم. $\sim p$ را این‌طور می‌خوانیم: «چنین نیست که p » یا «نقیض p ». جدول ارزش نقیض یک گزاره نسبت به خود آن گزاره به شکل روبه‌رو است:

p	$\sim p$
T	F
F	T

اگر گزاره ساده p به شکل یک جمله فارسی باشد، برای ساختن نقیض آن، بهترین روش این است که فعل جمله را منفی کنیم؛ البته این کار، تنها راه ساختن نقیض نیست؛ مثلاً نقیض گزاره «۶ عددی زوج است» را به ۳ صورت می‌توان بیان کرد:

نقیض: چنین نیست که ۶ عددی زوج باشد.

۶، عددی زوج است. نقیض: ۶ عددی زوج نیست. (متداول‌ترین جمله)

نقیض: ۶ عددی فرد است.





تذکر مهم: گاهی اوقات، گزاره ساده موردنظر، شامل یک نماد ریاضی است که نقیض این نماد طبق جدول زیر، تعیین می‌شود:

نماد ریاضی	$<$	$>$	$\leq$	$\geq$	$=$	$\neq$	$\in$	$\notin$	$\subseteq$	$\not\subseteq$
نقیض نماد	$\geq$ یا $\nlessgtr$	$\leq$ یا $\ngtr$	$>$	$<$	$\neq$	$=$	$\notin$	$\in$	$\not\subseteq$	$\subseteq$

مثلاً نقیض گزاره $\frac{1}{3} = 2x + 5$ برابر است با: $\frac{1}{3} \neq 2x + 5$ و یا نقیض گزاره $N \subseteq \mathbb{R}$ عبارت است از: $N \not\subseteq \mathbb{R}$ ؛ همچنین نقیض گزاره $8 \geq 3$ برابر است با $8 < 3$.

مثال: نقیض گزاره‌های زیر را بنویسید؛ سپس ارزش درستی هر گزاره و نقیضش را تعیین کنید:

- الف) 51 عددی اول است. (الف) عددی اول است. سپس ارزش درستی هر گزاره و نقیضش را تعیین کنید:
 ب) $2^3 + 2^4 = 2^5$
 ت) $(4 \times 9) > (5 \times 6)$
 ج) a^2 عددی نامنفی است. (الف) عددی نامنفی است. سپس ارزش درستی هر گزاره و نقیضش را تعیین کنید:
 ث) $4 \in \mathbb{N}$

پاسخ: الف) 51 عددی اول است. نقیض 51 عددی اول نیست. (چنین نیست که 51 عددی اول باشد).
 درست (T) نادرست (F)

ب) می‌دانیم که: $2^3 = 8$ ، $2^4 = 16$ و $2^5 = 32$ ؛ لذا $2^3 + 2^4 = 8 + 16 = 24 \neq 32$ ؛ بنابراین گزاره داده‌شده نادرست است و نقیض آن برابر است با: $2^3 + 2^4 \neq 2^5$ درست است.

پ) کسر $\frac{5x}{x^2 - 3}$ عبارتی گویا است. نقیض کسر $\frac{5x}{x^2 - 3}$ عبارتی گویا نیست.
 درست (T) نادرست (F)

ت) $36 > 30$ درست (T) نقیض $36 \leq 30$ (یا $36 \nlessgtr 30$) نادرست (F)

ث) $4 \in \mathbb{N}$ درست (T) نقیض $4 \notin \mathbb{N}$ نادرست (F)

ج) a^2 عددی نامنفی است. نقیض a^2 عددی نامنفی نیست. (چنین نیست که a^2 عددی نامنفی باشد).
 درست (T) نادرست (F)

تذکر: هر عدد حقیقی که باشد، a^2 مثبت یا صفر است چون توان a زوج است. یعنی a^2 همواره نامنفی است.

نکته: به طور کلی، اعداد به سه دسته مثبت، منفی و صفر تقسیم می‌شوند. خیلی‌ها به اشتباه فکر می‌کنند نقیض عبارت « a عددی مثبت است» برابر است با عبارت: « a عددی منفی است». علت، این است که اگر a مثبت نباشد، لزوماً منفی هم نیست؛ بلکه ممکن است صفر باشد، پس نقیض عبارت « a عددی مثبت است» را به 3 مدل می‌توان بیان کرد. « a عددی مثبت نیست.» یا « a عددی منفی یا صفر است.» یا «چنین نیست که a عددی مثبت باشد.»

گزاره‌های هم‌ارز

اگر ارزش دو گزاره p و q یکسان باشد به آن‌ها **گزاره‌های هم‌ارز** می‌گوییم و این موضوع را به صورت $p \equiv q$ نمایش می‌دهیم؛ یعنی p هر ارزشی داشته باشد (درست یا نادرست) q هم همان ارزش را دارد؛ مثلاً گزاره‌های « 25 عددی مربع کامل است.» و « $-3 \in \mathbb{Z}$ » هم‌ارز هستند؛ زیرا هر دوی آن‌ها ارزش درست (T) دارند.

هم‌چنین گزاره‌های « $\sqrt{3} > 3$ » و « $(-5)^2 = -25$ » هم‌ارز می‌باشند؛ چون هر دوی آن‌ها دارای ارزش نادرست (F) هستند.

توجه: واضح است که اگر $p \equiv q$ باشد، نقیض‌های آن‌ها نیز هم‌ارزند؛ یعنی: $\sim p \equiv \sim q$.

مثال: نقیض عبارت‌های زیر را به شکل هم‌ارزی بنویسید.

الف) $(\sqrt{3})^2 \notin \mathbb{Q}$ ب) $2^{10} > 2^{14}$ پ) $x = y$
پاسخ:
 الف) $\sim [(\sqrt{3})^2 \notin \mathbb{Q}] \equiv (\sqrt{3})^2 \in \mathbb{Q}$ ب) $\sim (2^{10} > 2^{14}) \equiv (2^{10} \leq 2^{14})$ پ) $\sim (x = y) \equiv (x \neq y)$

تذکر مهم: نقیض نقیض یک گزاره، هم‌ارز با همان گزاره است؛ یعنی: $\sim(\sim p) \equiv p$

(این موضوع شما را یاد می‌دهد که بله! قرینه قرینه هر عدد، برابر است با خود آن عدد.)

مثال: 4 عددی مربع کامل است. نقیض 4 عددی مربع کامل نیست. نقیض 4 عددی مربع کامل است.
 گزاره p گزاره $\sim p$ گزاره $\sim(\sim p)$

نیم ۱ مهم‌ترین و پرسؤال‌ترین سؤال این درس، مشخص کردن گزاره بودن یا نبودن جملات فارسی و ریاضی و همچنین ارزش درست یا نادرست گزاره‌هاست.

حالات وحل کن: سؤال‌های ۳ تا ۲۱ - ۲۴ تا ۶۲

نیم ۲ سؤال تعداد ردیف‌های جدول ارزش‌گذاری کم‌تر پرسیده می‌شود ولی بهتر است راه‌حل آن را بلد باشیم.

حالات وحل کن: سؤال‌های ۱، ۲، ۲۲ و ۲۳

سؤال‌های امتحانی

سؤال‌هایی که علامت دارند، سخت‌ترین سؤال‌های بخش، آگه به کم‌تر از ۲۰٪ از امتحانی‌نمیشی، بعد از تسلط روی سؤال‌های دیگه، برو سراغ اون‌ها ...

■ جاهای خالی را با اعداد و عبارات مناسب پر کنید.

۱- جدول ارزش‌گذاری مربوط به ۶ گزاره دارای ردیف (حالت ارزشی) است.

۲- یک جدول ارزش‌گذاری دارای ۱۰۲۴ ردیف است. این جدول دارای گزاره است.

۳- هر جمله خبری که دقیقاً دارای یک ارزش درست یا نادرست باشد، یک محسوب می‌شود.

■ کدام‌یک از جملات یا عبارت‌های زیر، گزاره هستند؟ ارزش هر گزاره را تعیین کنید:

۴- امروز به سینما نرو.

۵- سیب قرمز از سیب زرد خوشمزه‌تر است.

۶- 10^4 عدد بسیار بزرگی است.

۷- عدد ۱۲ یک عدد اول است.

۸- میانه داده‌های ۱، ۳، ۴، ۸، ۱۷، ۲۰، ۳۱، ۵۴ عدد $12/5$ است.

۹- از نمودار حبابی برای نمایش هم‌زمان ۲ متغیر استفاده می‌شود.

۱۰- عدد طبیعی $(4a + 5)$ ، همواره زوج است. (a عددی طبیعی است.)

۱۱- عدد $(-3)^{2n}$ همواره عددی منفی است. ($n \in \mathbb{N}$)

۱۲- بزرگ‌ترین عدد اول دورقمی، برابر ۸۹ نیست.

۱۳- عبارت $\frac{|x|}{3x^2 + 5x}$ یک عبارت گویا نیست.

۱۴- رابطه $f = \{(4, 5), (2, 1), (10, 20)\}$ یک تابع است.

۱۵- برد تابع $y = 3$ برابر است با کل اعداد حقیقی.

۱۶- نمودار سهمی $y = 3 - x^2$ از نواحی دوم و سوم نمی‌گذرد.

۱۷- تعداد هلی‌کوپترهای ارتش‌های کشورهای مختلف، متغیری کمی با مقیاس نسبتی است.

۱۸- واریانس، جذر انحراف معیار است.

۱۹- چه هوای خوبی!

۲۰- رنگ مورد علاقه شما چیست؟

■ پاسخ کامل دهید.

۲۱- ارزش گزاره «عدد ۹ مربع کامل است.» را مشخص کرده، سپس نقیض آن را بنویسید.

۲۲- جدول ارزش‌گذاری ترکیب سه جمله را بنویسید.

■ گزینه درست را انتخاب کنید.

۲۳- اگر تعداد حالت‌ها در جدول ارزشی ۳۲ حالت باشد، تعداد گزاره‌ها برابر است با:

(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۲۴- کدام‌یک از عبارت‌های زیر یک گزاره است؟

(۱) چه هوای خوبی! (۲) ۲ یک عدد اول است. (۳) تخته را پاک کن. (۴) کلید خانه را آورده‌ای؟

۲۵- کدام‌یک از جملات زیر گزاره است؟

(۱) لطفاً در را باز کن. (۲) چه هوای سردی! (۳) شما اهل کجایی؟ (۴) عدد ۷ عددی اول است

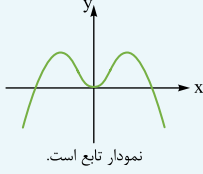
(مشابه تمرین کتاب درسی)

(نهایی فرداد ۱۴۰۲)

(مشابه نهایی شهریور ۱۴۰۲)

(نهایی فرداد ۱۴۰۳)

(نهایی فرداد ۱۴۰۳)

ارزش $\sim p$	گزاره $\sim p$	ارزش p	گزاره p
..... -۲۶	 -۲۷	 -۲۸	$10^3 + 10^4 = 10^7$
..... -۲۹	 -۳۰	 -۳۱	مربع هر عدد حقیقی منفی، عددی مثبت است.
..... -۳۲	$-8 \geq -10$	 -۳۳	 -۳۴
..... -۳۵		 -۳۶	 -۳۷
..... -۳۸	 -۳۹	 -۴۰	طول رأس سهمی $y = x^2 - 8x + 5$ برابر با $x = 3$ است.
..... -۴۱	در تجزیه عبارت $4x^2 - 8x - 21$ عامل $(2x + 3)$ وجود ندارد.	 -۴۲	 -۴۳
..... -۴۴	 -۴۵	 -۴۶	در داده‌های ۵۲۸۰۰، ۴۲۰۰، ۱۲۰۰۰ شاخص میانه بهتر از شاخص میانگین، برای نمایش محل تمرکز داده‌ها است.
..... -۴۷	 -۴۸	 -۴۹	مجموع هر دو عدد فرد طبیعی، عددی زوج است.
..... -۵۰	 -۵۱	 -۵۲	قرینه هر عدد حقیقی منفی، کوچک‌تر از خود آن عدد است.
..... -۵۳	 -۵۴	 -۵۵	معکوس هر عدد طبیعی بزرگ‌تر از ۱، از خود آن عدد کوچک‌تر است.
..... -۵۶	 -۵۷	 -۵۸	مجموع دو عدد $1 - \sqrt{3}$ و $1 + \sqrt{3}$ ، عددی گنگ است.

هم‌ارزی‌های زیر را مانند نمونه کامل کنید.

 نمونه: $\sim (3 \in \mathbb{N}) \equiv 3 \notin \mathbb{N}$
 $\sim (\sqrt{3} + \sqrt{10} = \sqrt{13}) \equiv ?$
 $\sim (N \subseteq Q) \equiv ?$
 $\sim (5^2 \leq 3^2) \equiv ?$
 $\sim (21 \text{ عددی مرکب است}) \equiv ?$

-۵۹

-۶۰

-۶۱

-۶۲

بخش ۲: گزاره‌های عطفی و فصلی

ترکیب گزاره‌ها

در منطق ریاضی و جبر گزاره‌ها، به شکل‌های مختلفی می‌توانیم گزاره‌های ساده را با هم ترکیب کنیم تا گزاره‌های مرکب ساخته شوند. در کتاب درسی، ترکیب گزاره‌ها را با ۴ رابط «و»، «یا»، «اگر ... آن گاه ...»، «اگر ... آن گاه ... و برعکس» انجام می‌دهیم. در این درس‌نامه می‌خواهیم ارزش گزاره‌های عطفی و فصلی را تعیین کنیم. ابتدا گزاره عطفی را بررسی می‌کنیم.

ترکیب عطفی دو گزاره

اگر دو گزاره ساده را با حرف «و» به هم مربوط کنیم، گزاره مرکبی ساخته می‌شود که آن را ترکیب عطفی آن دو گزاره می‌نامیم. ترکیب عطفی p و q را با نماد $p \wedge q$ نمایش می‌دهیم و آن را « p و q » می‌خوانیم. به مثال‌های زیر دقت کنید:

$$\overbrace{N \subseteq Q}^q \text{ و } \overbrace{2 \leq 5}^p : p \wedge q \Leftrightarrow \begin{cases} \text{گزاره } p: 2 \leq 5 \\ \text{گزاره } q: N \subseteq Q \end{cases}$$

 جدول ارزش‌گذاری $p \wedge q$ به شکل زیر است:

p	q	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

$p \wedge q$ فقط وقتی درست است که هم p و هم q درست باشند.

اگر حداقل یکی از دو گزاره p و q نادرست باشند؛ $p \wedge q$ نادرست خواهد بود.



$$3^n = 32 = 2^5 \Rightarrow n = 5$$

۲۵. ۴

$$10^3 + 10^4 \neq 10^7$$

۲۹. F

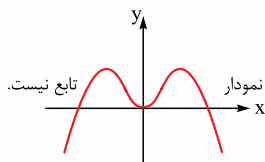
۳۰. مربع هر عدد حقیقی منفی، عددی مثبت نیست.

۳۱. T

$$-8 < -10$$

۳۵. T

توضیح: هر خط عمودی دلخواه (هر خط موازی محور عرض‌ها) نمودار را در یک نقطه قطع می‌کند؛ پس نمودار، تابع است.



۳۶. F

۳۷. F

۳۸. T

۳۹. طول رأس سهمی $y = x^2 - 8x + 5$ برابر با ۳ نیست.

۴۰. F

توضیح: طول رأس سهمی $y = ax^2 + bx + c$ برابر با $x = \frac{-b}{2a}$ است؛ لذا در گزاره داده‌شده خواهیم داشت:

$$x = \frac{-(-8)}{2(1)} = 4$$

۴۱. F

$$(2x)^2 - 4(2x) - 21 = (2x - 7)(2x + 3)$$

اتحاد جمله مشترک

توضیح:

۴۲. T

۴۳. در تجزیه $4x^2 - 8x - 21$ عامل $(2x + 3)$ وجود دارد.

۴۴. F

۴۵. در داده‌های ۱۲۰۰۰، ۴۲۰۰۰، ۲۸۰۰۰ و ۵ برای نمایش محل تمرکز داده‌ها، میانه بهتر از میانگین نیست.

۴۶. T

توضیح: چون داده ۵ دورافتاده است (از بقیه داده‌ها خیلی کوچک‌تر است)، شاخص میانه بهتر از شاخص میانگین است.

۴۷. F

۴۸. مجموع هر دو عدد فرد طبیعی، عددی زوج نیست. (عددی فرد است.)

۵۰. T

۴۹. T

۵۱. قرینه هر عدد حقیقی منفی، کوچک‌تر از خود آن عدد نیست.

۵۲. F

توضیح: مثلاً قرینه ۵ - می‌شود ۵ که کوچک‌تر از ۵ - نیست؛ پس گزاره داده‌شده نادرست است.

۵۳. F

۵۴. معکوس هر عدد طبیعی بزرگ‌تر از ۱ از خود آن عدد، کوچک‌تر نیست.

۵۵. T

توضیح: مثلاً معکوس ۲ می‌شود $\frac{1}{2}$ که از خود ۲ کوچک‌تر است؛ یا معکوس ۱۰ می‌شود $\frac{1}{10}$ که از خود ۱۰ کوچک‌تر است. برای هر عدد طبیعی بزرگ‌تر از ۱ این خاصیت وجود دارد؛ پس گزاره بالا درست است.

۵۶. T

۵۷. مجموع دو عدد $1 - \sqrt{3}$ و $1 + \sqrt{3}$ عددی گنگ نیست.

۵۸. F

توضیح: جمع این دو عدد گویا است؛ زیرا: $1 - \sqrt{3} + 1 + \sqrt{3} = 2$

پاسخ‌نامه تشریحی فصل اول

$$2^n = 1024 \Rightarrow n = 10 \quad 2. (10)$$

$$2^6 = 64 \quad 1. (64)$$

۳. گزاره

۴. جمله داده‌شده، امری است و خبری نمی‌باشد؛ پس گزاره نیست.

۵. گزاره نیست، چون نمی‌توانیم در مورد درستی یا نادرستی این جمله اظهار نظر کنیم.

۶. گزاره نیست؛ چون هر کسی در مورد بسیار بزرگ بودن 10^4 می‌تواند برداشت خاصی داشته باشد؛ یعنی ممکن است یک نفر بگوید 10^4 خیلی بزرگ است و نفر دیگر بگوید 10^4 اصلاً بزرگ نیست؛ پس ارزش‌گذاری این جمله، امکان‌پذیر نبوده و لذا گزاره نیست.

۷. یک گزاره نادرست است، چون عدد ۱۲ عددی مرکب است: $12 = 2^2 \times 3$

۸. یک گزاره درست است، زیرا: $1, 3, 4, 8, 17, 20, 31, 54$
 $\text{میانۀ} = \frac{8+17}{2} = \frac{25}{2} = 12/5$

۹. یک گزاره نادرست است، چون از نمودار حبابی معمولاً برای نمایش هم‌زمان ۳ متغیر استفاده می‌شود.

۱۰. یک گزاره نادرست است، چون مثلاً اگر a برابر با ۱ باشد، حاصل $(4a + 5)$ برابر ۹ می‌شود که فرد است.

۱۱. یک گزاره نادرست است، چون مثلاً اگر $n = 1$ باشد؛ آن‌گاه:

$$(-3)^{2n} = (-3)^2 = 9$$

۱۲. یک گزاره درست است، چون بزرگ‌ترین عدد اول دورقمی، ۹۷ است.

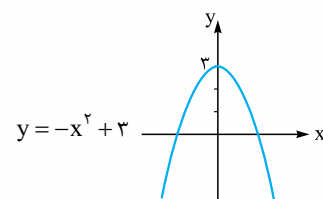
۱۳. یک گزاره درست است، چون به خاطر وجود $|x|$ عبارت $\frac{|x|}{3x^2 + 5x}$ گویا نیست.

۱۴. یک گزاره درست است، چون عضوهای اول زوج‌مترتها، همگی مختلف‌اند.

۱۵. یک گزاره نادرست است، چون برد تابع $y = 3$ برابر $\{3\}$ است. (دامنه تابع $y = 3$ برابر کل اعداد حقیقی است.)

۱۶. یک گزاره نادرست است، زیرا

این سهمی از هر ۴ ناحیه می‌گذرد.



۱۷. یک گزاره درست است، چون اولاً تعداد هلی‌کوپترهای کشورهای قابل مقایسه‌اند؛ ثانیاً اختلاف هر دوی آن‌ها با معنی است و ثالثاً نسبت هر دو مقدار آن‌ها نیز بامعنی است.

۱۸. یک گزاره نادرست است؛ چون انحراف معیار جذر واریانس است.

۱۹. گزاره نیست، زیرا جمله خبری نیست.

۲۰. گزاره نیست، زیرا جمله خبری نیست.

۲۱. ارزش گزاره: درست.

نقیض: عدد ۹ مربع کامل نیست (یا چنین نیست که عدد ۹ مربع کامل است).

$$23 = \text{تعداد ردیف} \quad 22.$$

p	q	r
T	T	T
T	T	F
T	F	T
T	F	F
F	T	T
F	T	F
F	F	T
F	F	F

۵۹.

$$\sqrt{3} + \sqrt{10} \neq \sqrt{13}$$

۶۰.

$$\mathbb{N} \not\subseteq \mathbb{Q}$$

۶۱.

$$5^2 > 3^2$$

۶۲. ۲۱ عددی اول است. ۶۳. عطفی

۶۴. فصلی

۶۵. درست (چون حداقل یکی از گزاره‌های p یا نقیض آن (p) درست خواهد بود).

۶۶. درست

$$p \vee \sim q \equiv T \vee \sim F \equiv T \vee T \equiv T$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$T \quad F \quad T$$

۶۷. $\sim p \wedge q$

۶۸. نادرست؛ زیرا $p \wedge (p \vee q)$ طبق قانون جذب همواره برابر p است.

۶۹. نادرست؛ زیرا طبق قانون دمورگان داریم: $(\sim p \vee \sim q) \equiv \sim (p \wedge q)$

۷۰. درست؛ طبق قانون توزیع پذیری این گزاره درست است.

۷۱. درست

۷۳. ۳

۷۲. ۲

۷۴. $\sim (p \wedge q) = (\sim p \vee \sim q)$

۷۵. نادرست؛ ۷۵ عددی اول است و $(-3)^4$ عددی منفی نیست. در کل نادرست است.

۷۶. درست؛ چون «گزاره رنگ چشم افراد، کیفی اِسمی است.» گزاره‌ای درست است؛ پس باید در جای خالی، گزاره‌ای درست قرار دهیم تا ارزش کل گزاره عطفی درست شود. در جای خالی، هر گزاره درست دلخواهی می‌توان قرار داد؛ مانند: «۲ عددی اول است.»

۷۷. نادرست؛ گزاره «مقسوم‌علیه‌های طبیعی عدد ۱۲ عبارت‌اند از: ۱، ۲، ۳، ۴، ۶، ۱۲» درست است؛ پس برای آن که کل گزاره عطفی نادرست باشد باید در جای خالی، یک گزاره نادرست دلخواه قرار دهیم؛ مثلاً: «۵ عددی زوج است.»

۷۸. درست؛ ۱۲۱ مضرب ۱۱ است و $\frac{1}{3} > \frac{1}{4}$ کل گزاره درست است.

۷۹. باید دو گزاره دلخواه درست مثال بزنیم تا کل گزاره، درست شود. مثلاً: ۴ عددی طبیعی است و $\sqrt{3}$ عددی گنگ است.

۸۰. نادرست؛ همه سوره‌های قرآن با بسم‌الله شروع می‌شوند و F (سوره توبه با بسم‌الله شروع نمی‌شود).

سوره بقره طولانی‌ترین سوره قرآن است. پس در کل، گزاره نادرست است.

۸۱. نادرست؛ مجموعه $\{\emptyset\}$ تهی است و $\{0, 1, 2, 3\} \subseteq \mathbb{N}$ پس کل گزاره (مجموعه $\{\emptyset\}$ یک F (صفر، عدد طبیعی نیست.) عضو دارد و تهی نیست.)

نادرست است.

۸۲. نادرست؛ $(-\frac{3}{4})^3 \times \frac{1}{3^3} = (-\frac{3}{4} \times \frac{1}{3})^3 = (-\frac{1}{4})^3 = -\frac{1}{64}$

$(-\frac{2}{3})^{-3} \times 3^{-3} = \frac{1}{8}$ و $\sqrt{9+100} = 3+10$ در کل نادرست است.

F (بین ۹ و ۱۰۰ جمع است و نمی‌توانیم آن‌ها را تک‌تک از رادیکال خارج کنیم، اگر ضرب یا تقسیم بود می‌شد.)

۸۳. درست؛ هر دو اتحاد داده‌شده درست هستند؛ پس کل گزاره درست است.

۸۴. نادرست؛ گزاره «شیب هر خط موازی محور عرض‌ها صفر است.» نادرست است.

(شیب هر خط موازی محور عرض‌ها صفر است) F (شیب هر خط عمودی، تعریف نشده است.)

۸ (یکی از معایب سرشماری، عدم امکان استفاده در بررسی‌های مخرب است) T

پس در کل، این گزاره نادرست است.

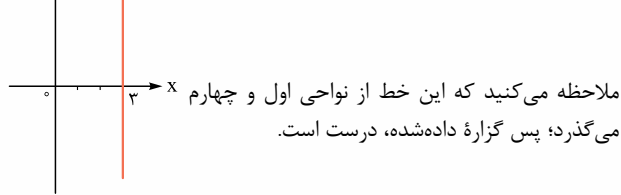
۸۵. نادرست؛ $(\frac{2}{3})^0 = 1$ و $(-\sqrt{(-5)^2}) \wedge (-5 \neq -\sqrt{25}) = -5$ پس این گزاره، در کل نادرست است.

است. دقت کنید که هر عدد به توان صفر برسد جواب ۱ است.

ضمناً: $-\sqrt{(-5)^2} = -\sqrt{25} = -5$

۸۶. درست؛ عدد ۲، هم زوج است و هم اول؛ پس گزاره موردنظر، درست است.

۸۷. درست؛ نمودار خط $x = 3$ به شکل مقابل است:



۸۸. درست؛ گزاره «هفته ۷ روز دارد و» درست است. ترکیب عطفی دو گزاره زمانی درست است که هر دو درست باشند؛ پس باید یک عبارت درست مثل « $5 \geq 1$ » در جای خالی بنویسیم.

۸۹. نادرست؛ گزاره «..... یا ۵ عددی زوج است.» نادرست است. ترکیب فصلی دو گزاره زمانی نادرست است که هر دو نادرست باشند؛ پس در جای خالی باید یک عبارت نادرست مثل «ماه، قمر سیاره زحل است» بنویسیم.

۹۰. درست؛ کسر $\frac{\sqrt{x}}{x+1}$ گویا است یا ۹۱ عددی مرکب است. T (۹۱ بر ۷ و ۱۳ بخش پذیر است.)

$\Leftarrow$ کل گزاره، درست است.

۹۱. درست؛

قرآن ۱۸ سوره دارد یا آخرین پیامبر الهی، حضرت محمد (ص) بود. T F (قرآن ۱۱۴ سوره دارد)

$\Leftarrow$ کل گزاره، درست است.

طبق فرض سؤال، کل گزاره باید درست باشد به همین علت، یک گزاره ساده

درست، در جای خالی قرار دادیم؛ چون می‌دانیم که $T \vee F \equiv T$

۹۲. نادرست؛

ارسطو نویسنده کتاب ارغنون نیست یا ۲ عددی فرد است. F T

کل گزاره نادرست است.

۹۳. درست؛

۳ عددی اول است یا معادله $x^2 + x + 3 = 0$ دو ریشه دارد. T F (دلتای معادله منفی است پس ریشه ندارد.)

کل گزاره درست است.

در جای خالی، گزاره درست قرار دادیم؛ زیرا می‌دانیم که: $T \vee F \equiv T$

۹۴. درست؛ افلاطون شاگرد سقراط بود یا هفته هفت روز دارد. T T

کل گزاره درست است.

۹۵. درست؛ اعداد سطر سوم مثلث خیام (۱ ۲ ۱) هستند

یا سهمی $y = x^2 + 1$ ماکزیمم دارد. $\Leftarrow$ کل گزاره درست است.

F (ضرب x^2 مثبت است؛ پس سهمی مینیمم دارد.)

The background is a solid light blue color. It is decorated with a repeating pattern of white line-art icons. These icons include various school supplies: rolled-up papers, paper airplanes, speech bubbles, open books, triangles, pencils, and alarm clocks. Some of these icons are connected by thin, white, wavy dashed lines, creating a sense of movement and flow across the page.

آزمون‌های نوبت اوّل دوم 9

نمونه امتحان نیمسال اول		رشته: ادبیات و علوم انسانی		ریاضی و آمار ۲																	
ردیف	امتحان شماره ۱	مدت امتحان: ۹۰ دقیقه		Kheilisabz.com																	
نمره																					
۱	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. الف) گزاره شرطی $q \Rightarrow p$ فقط زمانی دارای ارزش نادرست است که p درست و q نادرست باشد. ب) اگر ۴ گزاره داشته باشیم، تعداد حالتها در جدول ارزشی برابر ۳۲ است.	۰/۵																			
۲	جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. الف) نقیض گزاره $p \vee \sim p$ ، گزاره است. ب) منطق را عموماً به معنای بررسی تعبیر می کنند.	۰/۵																			
۳	گزینه درست را انتخاب کنید. الف) برای ترکیب فصلی دو گزاره p و q از حرف ربط استفاده می شود و آن را با نماد $p \dots q$ نمایش می دهند. (۱) و - $\vee$ (۲) و - $\wedge$ (۳) یا - $\vee$ (۴) یا - $\wedge$ ب) نقیض گزاره «همه اعداد اول، فرد هستند.» کدام است؟ (۱) هیچ عدد اولی، فرد نیست. (۲) بعضی از اعداد اول، فرد هستند. (۳) همه اعداد صحیح، اول هستند. (۴) بعضی از اعداد گنگ، اول هستند.	۰/۵																			
۴	در هر قسمت، جاهای خالی را با «است» یا «نیست» پر کنید.	۱/۵																			
	<table><tr><th>ردیف</th><th>گزاره مرکب</th><th>درست</th><th>نادرست</th></tr><tr><td>۱</td><td>معادله $x^2 + x + 4 = 0$ دو ریشه دارد یا ۲۵ مربع کامل</td><td>✓</td><td></td></tr><tr><td>۲</td><td>(عدد ۱۹ زوج) $\wedge (R \not\subseteq Z)$</td><td></td><td>✓</td></tr><tr><td>۳</td><td>(خط $y = 4$ افقی) $\Leftrightarrow (2^{-5} = -32)$</td><td>✓</td><td></td></tr></table>	ردیف	گزاره مرکب	درست	نادرست	۱	معادله $x^2 + x + 4 = 0$ دو ریشه دارد یا ۲۵ مربع کامل	✓		۲	(عدد ۱۹ زوج) $\wedge (R \not\subseteq Z)$		✓	۳	(خط $y = 4$ افقی) $\Leftrightarrow (2^{-5} = -32)$	✓					
ردیف	گزاره مرکب	درست	نادرست																		
۱	معادله $x^2 + x + 4 = 0$ دو ریشه دارد یا ۲۵ مربع کامل	✓																			
۲	(عدد ۱۹ زوج) $\wedge (R \not\subseteq Z)$		✓																		
۳	(خط $y = 4$ افقی) $\Leftrightarrow (2^{-5} = -32)$	✓																			
۵	اگر ارزش گزاره p درست، ارزش گزاره q نادرست و r گزاره ای دلخواه باشد، ارزش گزاره های زیر را بدون رسم جدول تعیین کنید. الف) $(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r) \Rightarrow p \Rightarrow (q \wedge r)$ ب) $(p \Rightarrow q) \wedge (\sim q \Rightarrow \sim p) \Rightarrow p \Rightarrow q$	۲																			
۶	با استفاده از جدول ارزش گذاری، درستی قاعده قیاس استثنایی یعنی درستی گزاره $q \Rightarrow (p \Rightarrow q) \wedge p$ را نشان دهید.	۲																			
۷	به کمک استدلال عکس نقیض، ثابت کنید که: «اگر n^2 فرد باشد، آن گاه n فرد است.» ($n \in \mathbb{Z}$) (n فرد است) $\Rightarrow (n^2$ فرد باشد)	۲																			
۸	در کدام قسمت، دو عبارت کنار هم، نقیض هم نیستند؟ الف) a عددی زوج است. - a عددی فرد است. ب) b عددی گویا نیست. - b عددی گویا است. پ) y مربع کامل است. - چنین نیست که y مربع کامل باشد. ت) x عددی مثبت است. - x عددی منفی است.	۰/۵																			
۹	نام استدلال زیر چیست؟ آیا روش به کار رفته در آن درست است یا خیر؟ نتیجه آن چه طور؟ مقدمه ۱: اگر دو عدد زوج باشند، آن گاه مجموع آنها نیز زوج است. مقدمه ۲: مجموع دو عدد، زوج است. ∴ آن دو عدد زوج اند.	۱/۵																			
۱۰	می خواهیم از رابطه $x = \frac{x-y}{z-y}$ مقدار y را بر حسب بقیه متغیرها به دست آوریم. در چه مرحله ای از محاسبات، اشتباه رخ داده است؟ $x = \frac{x-y}{z-y} \xrightarrow[\text{وسطین}]{\text{طرفین}} xz - xy = x - y \xrightarrow[\text{به یک طرف}]{\text{بردن } y \text{ ها}} y - xy = x - xz \xrightarrow{\text{فاکتورگیری}} y(1-x) = x(1-z)$ $\xrightarrow[\text{بر } (1-x)]{\text{تقسیم دو طرف}} y = \frac{x(1-z)}{1-x}$	۲																			

نمونه امتحان نیم سال اول		رشته: ادبیات و علوم انسانی		ریاضی و آمار ۲												
ردیف	امتحان شماره ۱	مدت امتحان: ۹۰ دقیقه		Kheilisabz.com		نمره										
۱۱	کدام تابع، ثابت و کدام همانی است؟						۵/۰									
۱۲	اگر f تابع همانی باشد، مقادیر a, b, c و d را به دست آورید.		$f = \{(a, 3), (b + 3, 4b), (25, 5c), (1 + d, 9)\}$		۱											
۱۳	نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x - 2 & x < 0 \\ 3 - x^2 & x \geq 0 \end{cases}$ را رسم کنید و مقدارهای $f(0)$ ، $f(\sqrt{2})$ و $f(-\frac{1}{3})$ را به دست آورید.				۲											
۱۴	اگر $f = \{(14, 2a), (b, 4), (12, 3a - 2b)\}$ تابع ثابت باشد، a و b را پیدا کنید.				۱											
۱۵	ضابطه تابع مقابل را بنویسید:				۱/۵											
۱۶	برای جدول زیر یک ضابطه مناسب بنویسید و سپس نمودار آن را رسم کرده و بگویید نام این نوع تابع چیست؟ همچنین دامنه و برد آن را تعیین کنید. خودروی ۲۴۰م که وارد پارکینگ می شود، چه هزینه ای باید بپردازد؟ اگر یک خودرو ۳۰۰۰ تومان پرداخت کرده باشد، شماره خودرو در چه محدوده ای است؟		<table><tr><th>x تعداد خودروهای ورودی در هر ساعت</th><th>y هزینه دریافتی از هر خودرو (تومان)</th></tr><tr><td>۰ - ۱۰۰</td><td>رایگان</td></tr><tr><td>۱۰۰ - ۲۰۰</td><td>۱۰۰۰ تومان</td></tr><tr><td>۲۰۰ - ۳۰۰</td><td>۲۰۰۰ تومان</td></tr><tr><td>۳۰۰ - ۴۰۰</td><td>۳۰۰۰ تومان</td></tr></table>		x تعداد خودروهای ورودی در هر ساعت	y هزینه دریافتی از هر خودرو (تومان)	۰ - ۱۰۰	رایگان	۱۰۰ - ۲۰۰	۱۰۰۰ تومان	۲۰۰ - ۳۰۰	۲۰۰۰ تومان	۳۰۰ - ۴۰۰	۳۰۰۰ تومان	۱	
x تعداد خودروهای ورودی در هر ساعت	y هزینه دریافتی از هر خودرو (تومان)															
۰ - ۱۰۰	رایگان															
۱۰۰ - ۲۰۰	۱۰۰۰ تومان															
۲۰۰ - ۳۰۰	۲۰۰۰ تومان															
۳۰۰ - ۴۰۰	۳۰۰۰ تومان															
جمع نمرات		۲۰														



تساوی را بر صفر تقسیم کنیم؛ ولی اگر در متن سؤال، گفته می‌شد $x \neq 1$ است، راه حل داده‌شده، هیچ اشکالی نداشت.

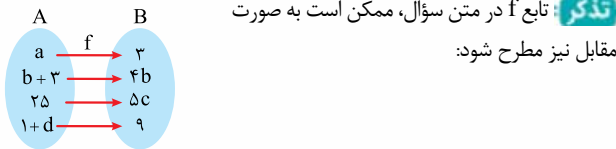
الف ۱۱. تابع f ثابت است؛ چون به هر x از دامنه، عدد یکسانی را نسبت می‌دهد.

ب تابع g همانی است؛ چون به هر عضو از دامنه، همان مقدار از بُرد را نسبت می‌دهد.

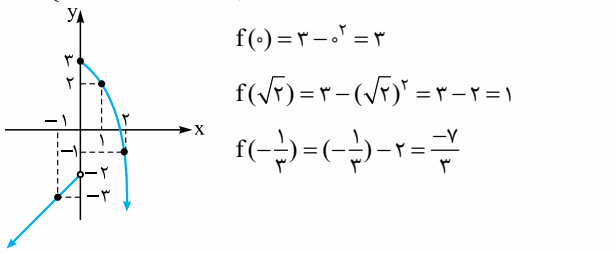
۱۲. در هر زوج مرتب، عضو اول باید با عضو دوم برابر باشد، لذا:

$$a = 3, b + 3 = 4b \Rightarrow b - 4b = -3 \Rightarrow -3b = -3 \Rightarrow b = 1$$

$$25 = 5c \Rightarrow c = \frac{25}{5} = 5, 1 + d = 9 \Rightarrow d = 9 - 1 = 8$$



$$y = \begin{cases} x - 2 & x < 0 \\ 3 - x^2 & x \geq 0 \end{cases}$$



۱۴. تمام عضوهای دوم باید ۴ باشند، لذا:

$$3a - 2b = 4 \xrightarrow{(a=2)} 3(2) - 2b = 4 \Rightarrow -2b = -2 \Rightarrow b = 1$$

۱۵. خط سمت چپ: $y = 5, x \leq -2$

$$\text{خط وسط: } (A(-2, 5), B(0, 0)) \Rightarrow m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 5}{0 - (-2)} = \frac{-5}{2}$$

$$\Rightarrow y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 5 = \frac{-5}{2}(x + 2)$$

$$\Rightarrow y = \frac{-5}{2}x - 2 < x < 0$$

$$\text{خط سمت راست: } (B(0, 0), C(3, 2)) \Rightarrow m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - 0}{3 - 0} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 0 = \frac{2}{3}(x - 0)$$

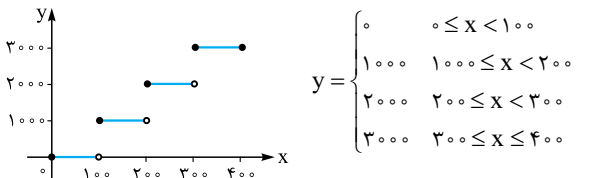
$$\Rightarrow y = \frac{2}{3}x, x \geq 0$$

$$f(x) = \begin{cases} 5 & x \leq -2 \\ \frac{-5}{2}x & -2 < x < 0 \\ \frac{2}{3}x & x \geq 0 \end{cases}$$

۱۶. نام تابع، پلکانی است. خودروی ۲۴۰م باید ۲۰۰۰ تومان بپردازد؛ چون

$x = 240$ در دامنهٔ ردیف سوم تابع قرار دارد. ضمناً اگر یک خودرو ۳۰۰۰ تومان

پرداخت کرده باشد، شماره‌اش بین ۳۰۰ و ۴۰۰ است (ردیف آخر تابع)



پاسخ‌نامهٔ تشریحی

الف ۱. درست **ب** نادرست $2^4 = 16$

الف ۲. $\sim p \wedge p$ **ب** استدلال

الف ۳. **ب** ۱

۴. ردیف (۱):

$$\text{معادلهٔ } x^2 + x + 4 = 0 \text{ دو ریشه دارد یا ۲۵ مربع کامل است.}$$

T (دلتا منفی است) F

$$\text{ردیف (۲): (عدد ۱۹ زوج است) } \wedge (\mathbb{R} \not\subseteq \mathbb{Z})$$

T F

$$\text{ردیف (۳): (خط } y = 4 \text{ افقی نیست) } \Leftrightarrow (2^{-5} = -32)$$

F F

$$2^{-5} = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$$

تذکر:

الف ۵. $\sim (q \vee \sim r) \Rightarrow p \equiv \sim (\sim F \vee \sim r)$

$$\Rightarrow T \equiv \sim (T \vee \sim r) \Rightarrow T \equiv F \Rightarrow T \equiv T$$

ب $(p \Leftrightarrow q) \wedge [\sim q \Rightarrow (p \wedge r)] \equiv (T \Leftrightarrow F) \wedge$

$$[\sim F \Rightarrow (T \wedge r)] \equiv F \wedge [T \Rightarrow r] \equiv F \wedge r \equiv F$$

۶.

p	q	$p \Rightarrow q$	$(p \Rightarrow q) \wedge p$	$[(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow q$
T	T	T	T	T
T	F	F	F	T
F	T	T	F	T
F	F	T	F	T

۷. عکس نقیضی گزارهٔ داده‌شده، چنین می‌شود:

$$(n^2 \text{ زوج است}) \Rightarrow (n \text{ زوج است})$$

$$n = 2k \Rightarrow n^2 = (2k)^2 = 4k^2$$

به k هر عدد صحیحی که بدهید، حاصل $4k^2$ عددی زوج است، پس ثابت کردیم که n^2 هم زوج است.

الف ۸. نقیض هم هستند، چون اگر عددی زوج نباشد، حتماً فرد است.

ب نقیض هم هستند؛ چون کلمهٔ نیست به است تبدیل شده است. (فعل جمله، نقیض شده)

ب نقیض هم هستند؛ چون عبارت «چنین نیست که» به ابتدای گزارهٔ اول اضافه شده است.

ت نقیض هم نیستند؛ چون اگر عددی مثبت نباشد، ممکن است منفی هم نباشد (می‌تواند صفر باشد).

۹. این استدلال به شکل زیر است:

$$\text{مقدمهٔ ۱: اگر } p \text{ آنگاه } q$$

$$\text{مقدمهٔ ۲: } q$$

$$\therefore q$$

پس مغالطه است و می‌دانیم روش مغالطه، همیشه نادرست است ولی نتیجهٔ آن باید بررسی شود. مجموع دو عدد ۵ و ۷ می‌شود ۱۲ که زوج است و خود اعداد ۵ و ۷ فردند. ولی مجموع دو عدد ۴ و ۶ می‌شود ۱۰ که زوج است و خود اعداد ۴ و ۶ هم زوج‌اند؛ پس نتیجهٔ این مغالطه، گاهی درست و گاهی نادرست است.

۱۰. نمی‌توانیم دو طرف تساوی $y(1-x) = x(1-z)$ را بر $(1-x)$ تقسیم کنیم؛ زیرا اگر $x = 1$ باشد، حاصل $(1-x)$ صفر است و نمی‌توانیم دو طرف